離散最適化基礎論 (2025 年後学期)

高速指数時間アルゴリズム

第 11 回

指数時間仮説 (1)：原理

岡本 吉央　(電気通信大学)

okamotoy@uec.ac.jp

2026 年 1 月 13 日

最終更新：2026 年 1 月 13 日　12:56

スケジュール (前半)

1.	高速指数時間アルゴリズムの考え方	(10/7)
＊	休み (体育祭)	(10/14)
2.	分枝アルゴリズム：基礎	(10/21)
3.	分枝アルゴリズム：高速化	(10/28)
4.	分枝アルゴリズム：測度統治法	(11/4)
5.	動的計画法：基礎	(11/11)
6.	動的計画法：例	(11/18)

スケジュール (後半)

7.	包除原理：原理	(11/25)
＊	休み (秋ターム試験)	(12/2)
8.	包除原理：例	(12/9)
9.	部分集合たたみ込み：原理	(12/16)
＊	休み (出張)	(12/23)
＊	休み (冬季休業)	(12/30)
10.	部分集合たたみ込み：例	(1/6)
11.	**指数時間仮説：原理**	(1/13)
12.	指数時間仮説：例	(1/20)
13.	最近の話題	(1/27)
＊	休み (修士論文発表会)	(2/3)

本日の内容

今回と次回

指数時間よりも小さい計算量を達成できるか？

今回

- 指数時間仮説
- 準指数時間帰着
- 疎化補題

次回

- 準指数時間帰着の例

いままで扱った問題と計算量

問題	計算量	アルゴリズム
最大独立集合問題	$O^*(1.2228^n)$	分枝
3-SAT	$O^*(1.8393^n)$	分枝
巡回セールスマン問題	$O^*(2^n)$	動的計画法
最小被覆問題	$O^*(2^n)$	動的計画法
彩色問題	$O^*(2^n)$	包除原理
最小シュタイナー木問題	$O^*(2^{\lvert K \rvert})$	たたみ込み
二部完全マッチング数え上げ	$O^*(2^n)$	包除原理
ハミルトン路数え上げ	$O^*(2^n)$	包除原理
k 彩色数え上げ	$O^*(2^n)$	たたみ込み

疑問

疑問 (あるいは，未解決問題)

- 最大独立集合問題を $O^*(2^{\sqrt{n}})$ 時間で解けるか？
- 3-SAT を $O^*(2^{\sqrt{n}})$ 時間で解けるか？
- 彩色問題を $O^*(2^{\sqrt{n}})$ 時間で解けるか？
- $\ldots$

疑問

疑問 (あるいは，未解決問題)

- 最大独立集合問題を $O^*(2^{\sqrt{n}})$ 時間で解けるか？
- 3-SAT を $O^*(2^{\sqrt{n}})$ 時間で解けるか？
- 彩色問題を $O^*(2^{\sqrt{n}})$ 時間で解けるか？
- $\ldots$

そもそも，次も分かっていない

疑問 (あるいは，未解決問題)

- 最大独立集合問題を多項式時間で解けるか？
- 3-SAT を多項式時間で解けるか？
- 彩色問題を多項式時間で解けるか？
- $\ldots$

これらが多項式時間で解ける $\Leftrightarrow$ P = NP

計算複雑性理論の帰結

事実：次は既知

次に挙げる性質は互いに同値
- 最大独立集合問題が多項式時間で解ける
- 3-SAT が多項式時間で解ける
- 彩色問題が多項式時間で解ける
- ある NP 完全問題が多項式時間で解ける
- すべての NP 完全問題が多項式時間で解ける

この事実に基づいて，次のように言う

すべての NP 完全問題は互いに **多項式時間等価**

いまから議論したいこと

野望：次のようなことが言えないか？

すべての NP 完全問題は $O^*(2^{\sqrt{n}})$ 時間等価

そもそも，「任意の NP 完全問題に対する n」とは何か？

今回と次回の内容

これに近いことを行う

- 対象とする計算量として **準指数時間** を扱う
- 問題の間の関係を **帰着** を使って述べる
- 準指数時間に関する等価性を論じるために **指数時間仮説** と **疎化補題** を用いる

本日の内容

1. **準指数時間の計算量**
2. 指数時間仮説と疎化補題
3. 疎化補題の利用法

- R. Impagliazzo, R. Paturi, F. Zane, Which problems have strongly exponential complexity? *Journal of Computer and System Sciences* 63 (2001) pp. 512–530.
- R. E. Stearns, H. B. Hunt III, Power indices and easier hard problems. *Mathematical Systems Theory* 23 (1990) pp. 209–225.

リトル o 記法

非減少関数 $f, g \colon \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$

定義：リトル o 記法

次が成り立つとき，$f(n) = o(g(n))$ と書く

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$$

例 1：$n = o(n^2)$ である

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$$

例 2：$1.5^n = o(2^n)$ である

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1.5^n}{2^n} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n = 0$$

直感：f のオーダーが g のオーダーよりも真に小さい

リトル o 記法：補足

いろいろなオーダー記法 (定義は適当な文献を参照のこと)

記法	直感
$f(n) = o(g(n))$	$f(n)$ のオーダーは $g(n)$ よりも小さい
$f(n) = O(g(n))$	$f(n)$ のオーダーは $g(n)$ 以下である
$f(n) = \Theta(g(n))$	$f(n)$ のオーダーは $g(n)$ と等しい
$f(n) = \Omega(g(n))$	$f(n)$ のオーダーは $g(n)$ 以上である
$f(n) = \omega(g(n))$	$f(n)$ のオーダーは $g(n)$ よりも大きい

ただし，$f, g \colon \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ は非減少関数とする

非減少関数 $f\colon \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$

定義：準指数関数 (subexponential function)

f が **準指数関数** であるとは，次を満たすこと

$$f(n) = 2^{o(n)}$$

つまり，$\log_2 f(n) = o(n)$ ($\Leftrightarrow \displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\log_2 f(n)}{n} = 0$)

例：

- $4^{\sqrt{n}}$ は準指数関数　　$4^{\sqrt{n}} = 2^{2\sqrt{n}}$
- n^2 は準指数関数　　$n^2 = 2^{2\log_2 n}$
- $n^{\log_2 n}$ は準指数関数　　$n^{\log_2 n} = 2^{(\log_2 n)^2}$

注意：「$f(n) = o(2^n)$」ではない

準指数時間計算量

定義：準指数関数時間計算量

サイズ・パラメータ p に関する準指数時間計算量 とは
ある非減少準指数関数 $f\colon \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ に対して

$$O^*(f(p))$$

と表される計算量のこと

サイズ・パラメータの例

- グラフの頂点数 n，辺数 m
- CNF 論理式の変数数 n，節数 m

準指数時間計算量：例

いまから紹介すること

性質：最大クリーク・アルゴリズム (Stearns, Hunt III '90)

最大クリーク問題は $O^*(2^{\sqrt{2m}})$ 時間で解ける
(m はグラフの辺数)

つまり，最大クリーク問題は
サイズ・パラメータ m に関して，準指数時間で解ける

準指数時間計算量：例

いまから紹介すること

性質：最大クリーク・アルゴリズム (Stearns, Hunt III '90)

最大クリーク問題は $O^*(2^{\sqrt{2m}})$ 時間で解ける
(m はグラフの辺数)

つまり，最大クリーク問題は
サイズ・パラメータ m に関して，準指数時間で解ける

一方で，次は未解決

未解決問題

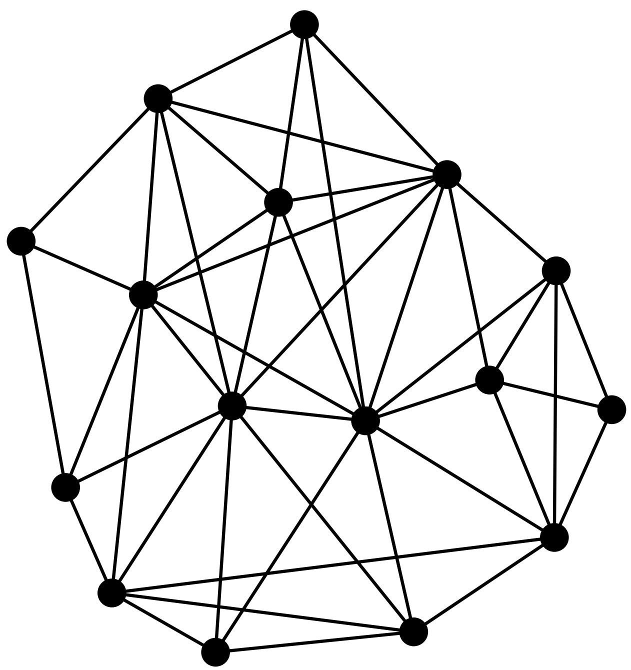
最大クリーク問題は 頂点数をサイズ・パラメータとして
準指数時間で解けるか？

$\therefore$ 準指数時間で解けることは，サイズ・パラメータに依存

最大クリーク問題

定義：最大クリーク問題

入力： 無向グラフ $G = (V, E)$
出力： G のクリークで，頂点数最大のもの



G の **クリーク** とは
互いに隣接する頂点の集合

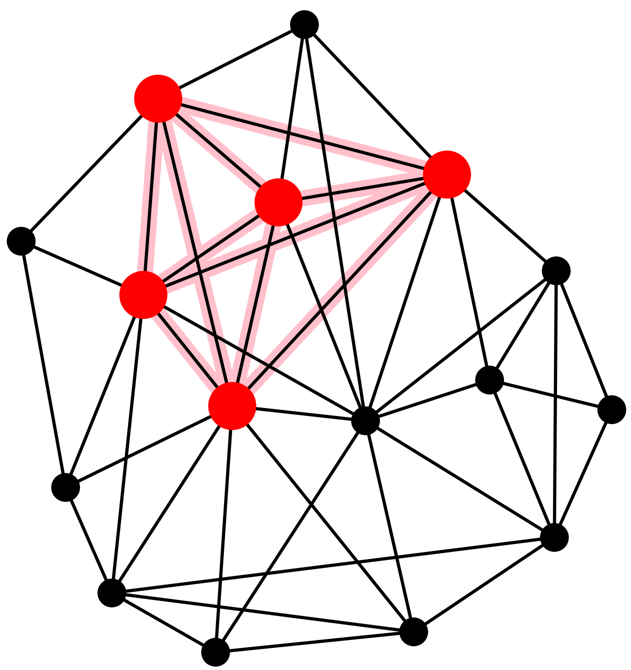
事実：最大クリーク問題は NP 困難

最大クリーク問題

定義：最大クリーク問題

入力： 無向グラフ $G = (V, E)$

出力： G のクリークで，頂点数最大のもの



G の **クリーク** とは

互いに隣接する頂点の集合

事実：最大クリーク問題は NP 困難

最大クリーク問題：$O^*(2^{\sqrt{2m}})$ 時間 (1)

最小次数で場合分け

1) 最小次数 $\geq \sqrt{2m}$

2) 最小次数 $\leq \sqrt{2m}$

最大クリーク問題：$O^*(2^{\sqrt{2m}})$ 時間 (1)

最小次数で場合分け

1) 最小次数 $\geq \sqrt{2m}$

$$2m = \sum_{v \in V} \deg(v)$$

2) 最小次数 $\leq \sqrt{2m}$

最大クリーク問題：$O^*(2^{\sqrt{2m}})$ 時間 (1)

最小次数で場合分け

1) 最小次数 $\geq \sqrt{2m}$

$$
\begin{aligned}
2m &= \sum_{v \in V} \deg(v) \\
&\geq n \cdot \sqrt{2m}
\end{aligned}
$$

$\therefore n \leq \sqrt{2m}$

$\therefore$ しらみつぶしで

$$
\begin{aligned}
\text{計算量} &= O^*(2^n) \\
&= O^*(2^{\sqrt{2m}})
\end{aligned}
$$

2) 最小次数 $\leq \sqrt{2m}$

最大クリーク問題：$O^*(2^{\sqrt{2m}})$ 時間 (1)

最小次数で場合分け

1) 最小次数 $\geq \sqrt{2m}$

$$2m = \sum_{v \in V} \deg(v)$$
$$\geq n \cdot \sqrt{2m}$$

$$\therefore n \leq \sqrt{2m}$$

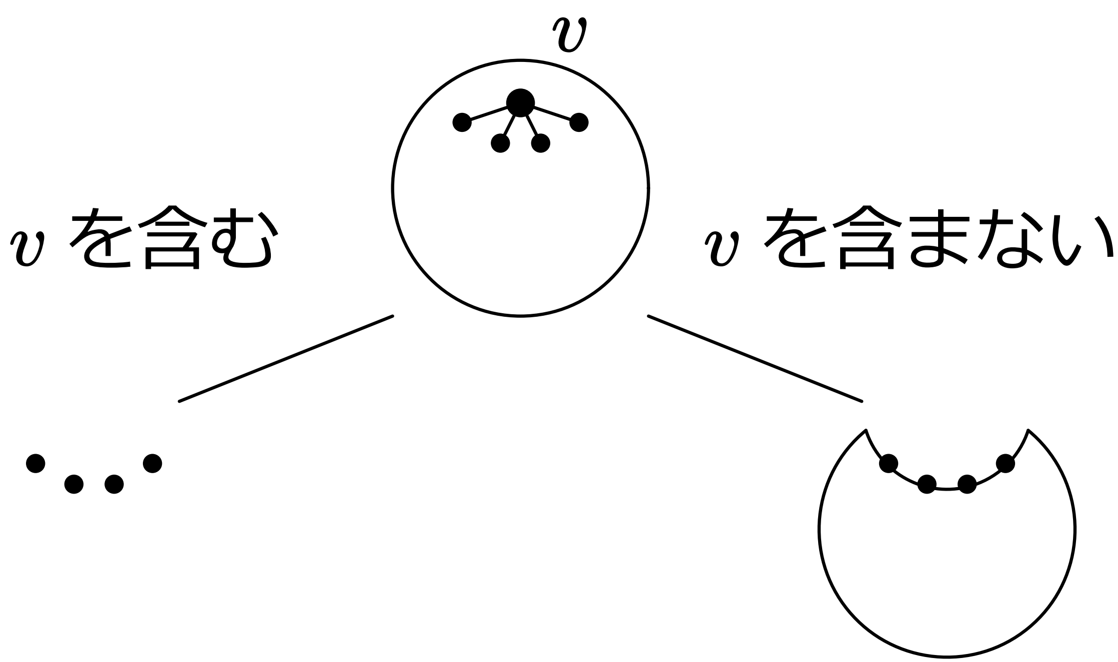
$\therefore$ しらみつぶしで

計算量 $= O^*(2^n)$

$= O^*(2^{\sqrt{2m}})$

2) 最小次数 $\leq \sqrt{2m}$

最小次数の頂点で分枝



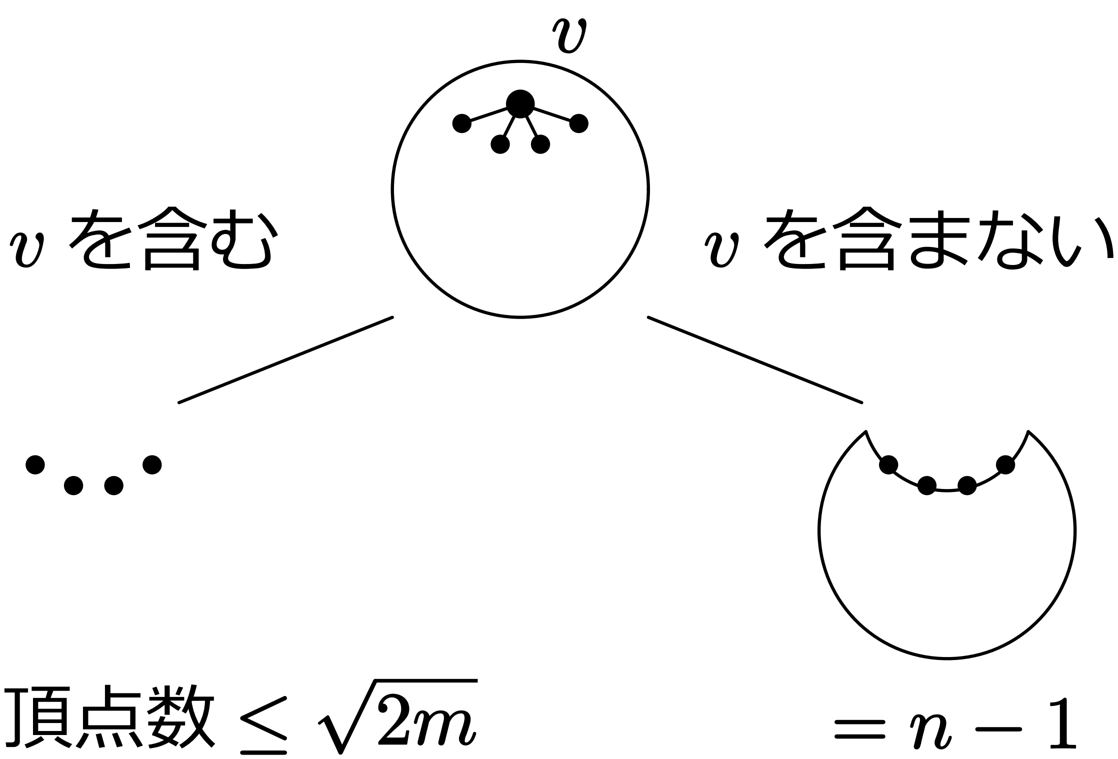
頂点数 $\leq \sqrt{2m}$

$= n - 1$

最大クリーク問題：$O^*(2^{\sqrt{2m}})$ 時間 (2)

2) 最小次数 $\leq \sqrt{2m}$

最小次数の頂点で分枝



帰納法で，

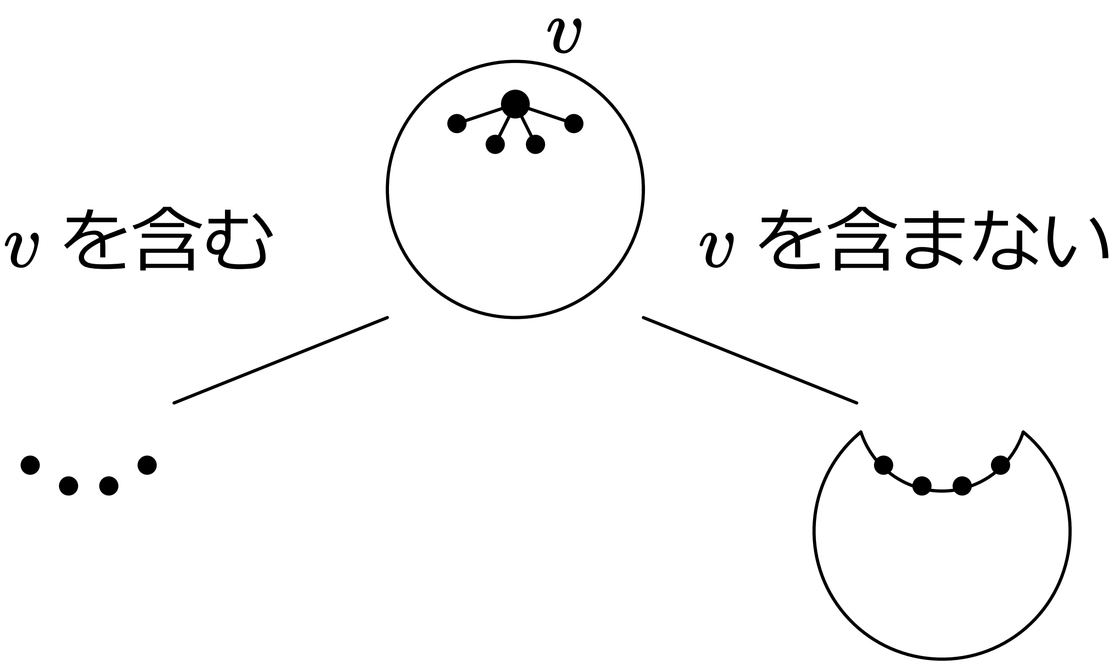
探索木の葉の数 $\leq n2^{\sqrt{2m}}$

を示す

最大クリーク問題：$O^*(2^{\sqrt{2m}})$ 時間 (2)

2) 最小次数 $\leq \sqrt{2m}$

最小次数の頂点で分枝



頂点数 $\leq \sqrt{2m}$

$= n - 1$

帰納法で，

探索木の葉の数 $\leq n2^{\sqrt{2m}}$

を示す

$$
\begin{aligned}
\text{葉の数} &\leq 2^{\sqrt{2m}} + \\
&\quad (n-1)2^{\sqrt{2m}} \\
&\leq n2^{\sqrt{2m}}
\end{aligned}
$$

$\therefore$ 計算量 $= O^*(2^{\sqrt{2m}})$

$\square$

準指数時間計算量の非存在を言うには？

未解決問題

最大クリーク問題は 頂点数をサイズ・パラメータとして準指数時間で解けるか？

準指数時間計算量の非存在を言うには？

未解決問題

最大クリーク問題は 頂点数をサイズ・パラメータとして準指数時間で解けるか？

これから行いたいこと

次が「ありえそう」であることを示す

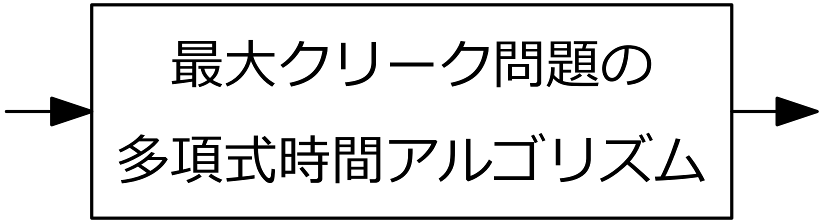
- 最大クリーク問題が $2^{o(n)}$ 時間で解けない

既知：次はありえると思われている

最大クリーク問題は多項式時間で解けない

証明の考え方

- 仮説：3-SAT は多項式時間で解けない
- 証明：最大クリーク問題が多項式時間で解ける
  $\Rightarrow$ 3-SAT が多項式時間で解ける



[復習] 多項式時間のときは？

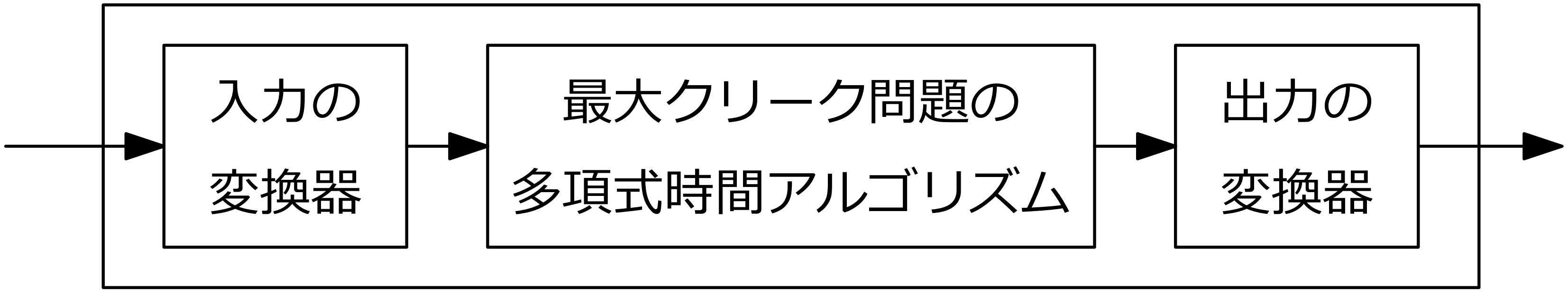
既知：次はありえると思われている

最大クリーク問題は多項式時間で解けない

証明の考え方

- 仮説：3-SAT は多項式時間で解けない
- 証明：最大クリーク問題が多項式時間で解ける
  $\Rightarrow$ 3-SAT が多項式時間で解ける

3-SAT の多項式時間アルゴリズム



準指数時間アルゴリズムのときは？

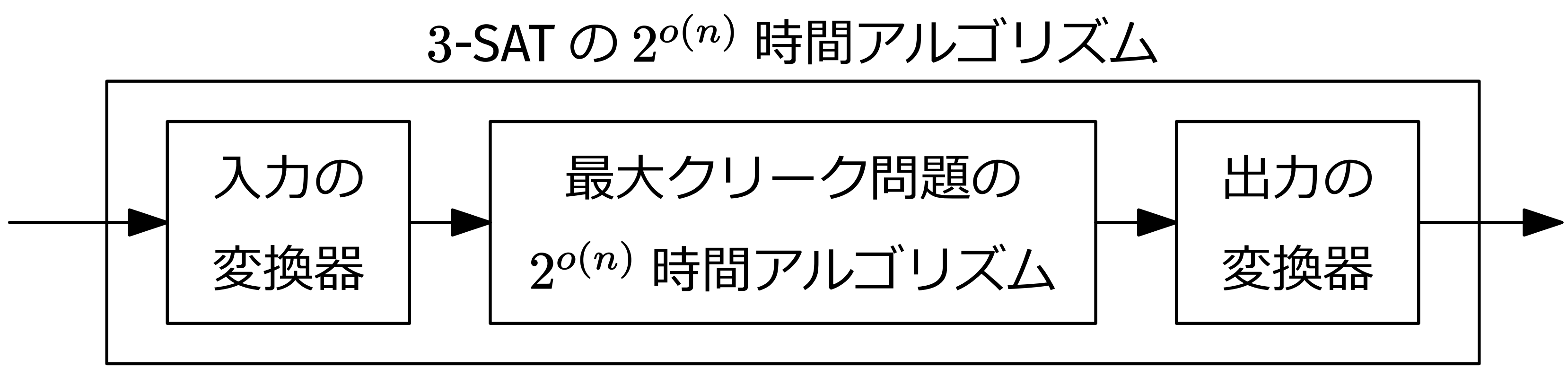
これから行いたいこと

次が「ありえそう」であることを示す

- 最大クリーク問題が $2^{o(n)}$ 時間で解けない

証明の考え方

- 仮説：3-SAT は $2^{o(n)}$ 時間で解けない
- 証明：最大クリーク問題が $2^{o(n)}$ 時間で解ける
  $\Rightarrow$ 3-SAT が $2^{o(n)}$ 時間で解ける



注意：準指数時間の定義

$$f(n) = o(n) \Leftrightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{n} = 0$$

$$\Leftrightarrow \forall\, \varepsilon > 0\; \exists\, n_0\; \forall\, n \geq n_0 \colon f(n) \leq \varepsilon n$$

この講義での仮定：n_0 は計算可能

準指数関数の特徴づけ

性質：準指数関数の特徴づけ

非減少関数 $f\colon \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ に対して，次の 2 つは同値

1. $f(n) = 2^{o(n)}$
2. $\exists$ 関数 h，$\forall$ 正実数 $\varepsilon > 0$: $f(n) \leq h(\varepsilon) \cdot 2^{\varepsilon n}$

<u>証明 (1 ⇒ 2)</u> : $\forall\, \epsilon > 0\; \exists\, n_0\; \forall\, n \geq n_0\colon f(n) \leq 2^{\epsilon n}$ と仮定

- $h(\varepsilon) = 2^{\varepsilon n_0}$ とする
- $n \geq n_0$ のとき，$f(n) \leq 2^{\varepsilon n} \leq 2^{\varepsilon n_0} \cdot 2^{\varepsilon n} = h(\varepsilon) \cdot 2^{\varepsilon n}$
- $n \leq n_0$ のとき，$f(n) \leq f(n_0) \leq 2^{\varepsilon n_0} = h(\varepsilon) \leq h(\varepsilon) \cdot 2^{\varepsilon n}$

性質：準指数関数の特徴づけ

非減少関数 $f\colon \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ に対して，次の 2 つは同値

1. $f(n) = 2^{o(n)}$
2. ∃ 関数 h, ∀ 正実数 $\varepsilon > 0$: $f(n) \leq h(\varepsilon) \cdot 2^{\varepsilon n}$

<u>証明 (2 ⇒ 1)</u> : $\exists\, h\, \forall\, \delta > 0\colon f(n) \leq h(\delta) \cdot 2^{\delta n}$ と仮定

- 任意の $\varepsilon > 0$ に対して，$n_0 = (\log_2 h(\varepsilon/2))/(\varepsilon/2)$ とする
- $n \geq n_0$ に対して，
  $f(n) \leq h(\varepsilon/2) \cdot 2^{\varepsilon n/2} = 2^{\varepsilon n_0/2} \cdot 2^{\varepsilon n/2} \leq 2^{\varepsilon n/2} \cdot 2^{\varepsilon n/2} = 2^{\varepsilon n}$

□

本日の内容

1. 準指数時間の計算量
2. **指数時間仮説と疎化補題**
3. 疎化補題の利用法

- R. Impagliazzo, R. Paturi, On the complexity of k-SAT. *Journal of Computer and System Sciences* 62 (2001) pp. 367–375.
- R. Impagliazzo, R. Paturi, F. Zane, Which problems have strongly exponential complexity? *Journal of Computer and System Sciences* 63 (2001) pp. 512–530.

[復習] 充足可能性問題

問題：充足可能性問題

入力： 論理式 φ

出力： φ を 1 (真) とする割当がある $\Rightarrow$ Yes

φ を 1 (真) とする割当がない $\Rightarrow$ No

サ ッ ト

充足可能性問題：satisfiability problem (SAT)

扱う論理式の種類を制限する場合が多い (後述)

[復習] 連言標準形

定義：連言標準形

論理式 φ が **連言標準形** で表されているとは,
φ が「リテラルの OR の AND」で書かれていること

$$\varphi = \underbrace{\underbrace{(x_1 \lor \overline{x_2})}_{\text{リテラルの OR}} \land \underbrace{(x_1 \lor \overline{x_3} \lor x_4)}_{\text{リテラルの OR}}}_{\text{リテラルの OR の AND}}$$

連言標準形：conjunctive normal form (CNF)

$\boxed{\text{用語}}$：節 (clause) = リテラルの OR

節 C のサイズ = C が含むリテラルの数

[復習] k-SAT

$k \geq 1$ は正整数

問題：k-SAT

入力： 連言標準形で表された論理式 φ で，
各節のサイズが k 以下であるもの

出力： φ が充足可能である $\Rightarrow$ Yes
φ が充足可能ではない $\Rightarrow$ No

$$\varphi = (x_1 \vee \overline{x_2}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_4)$$

注：$k \geq 3$ のとき，k-SAT は NP 完全 (Karp ’72)

指数時間仮説

定義：指数時間仮説 (exponential-time hypothesis)

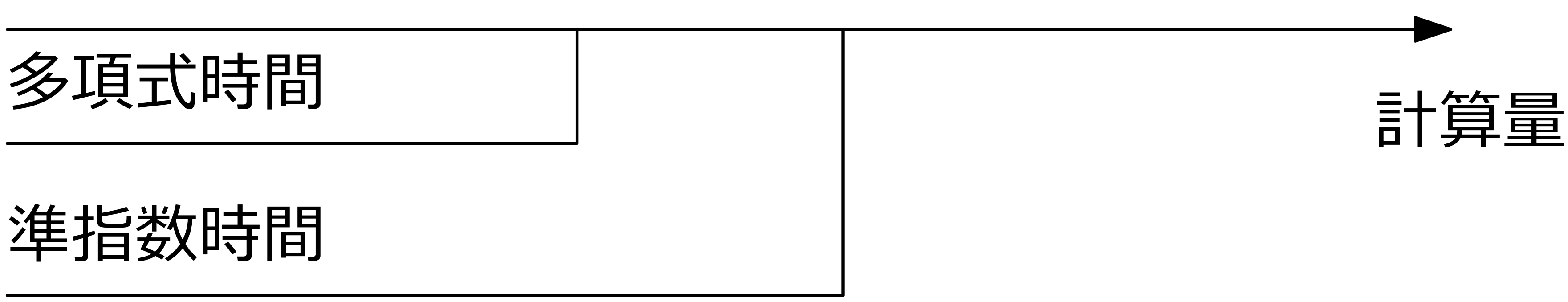
指数時間仮説 とは次の命題　　　(真偽は未解決)

$\boxed{\text{3-SAT は } 2^{o(n)} \text{ 時間で解けない}}$

(n は入力論理式の変数の数)

注：3-SAT が $2^{o(n)}$ 時間で解けない (指数時間仮説が正しい)

$\Rightarrow$ 3-SAT が多項式時間で解けない (P $\neq$ NP)



変数数 vs 節数

3-SAT の入力である論理式 φ において

$$\varphi \text{ の変数数} = n \quad \Rightarrow \quad \varphi \text{ の節数} = O(n^3)$$

変数数 vs 節数

3-SAT の入力である論理式 φ において

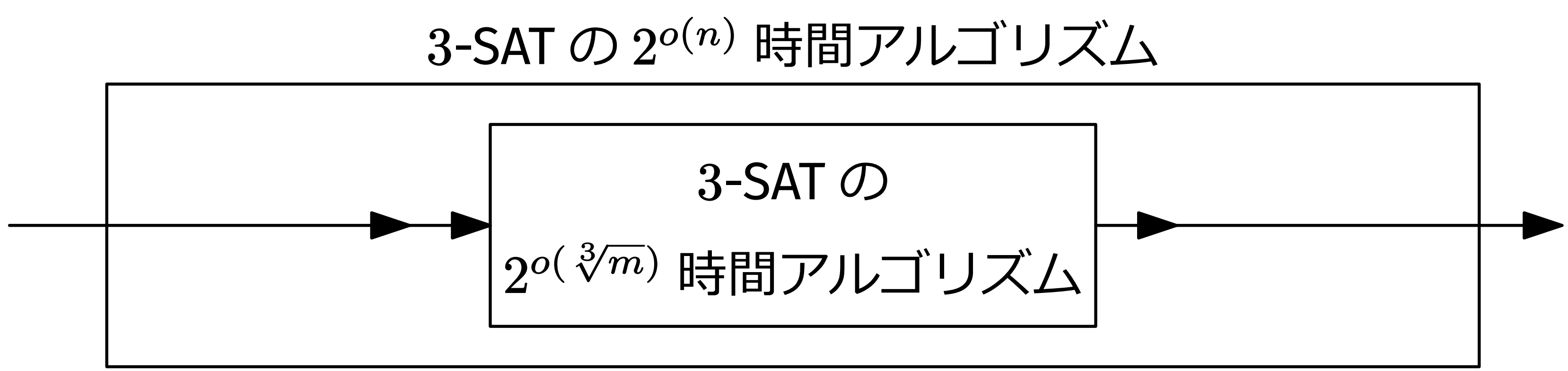
$$\varphi \text{ の変数数} = n \quad \Rightarrow \quad \varphi \text{ の節数} = O(n^3)$$

性質：3-SAT に対する計算量下界

指数時間仮説が正しい $\Rightarrow$ 3-SAT は $2^{o(\sqrt[3]{m})}$ 時間で解けない
(m は論理式の節数)

証明：3-SAT が $2^{o(\sqrt[3]{m})}$ 時間で解けると仮定

- $m = O(n^3)$ なので，3-SAT は $2^{o(n)}$ 時間で解ける
- $\therefore$ 指数時間仮説に矛盾 $\square$



節数に関する改善

実は，次が正しい

性質：3-SAT に対する計算量下界 (改善)

指数時間仮説が正しい $\Rightarrow$ 3-SAT は $2^{o(m)}$ 時間で解けない
(m は論理式の節数)

疎化補題 $=$ これを証明するためのアルゴリズム

定理：疎化補題 (sparsification lemma)

ある関数 g が存在し，次を行うアルゴリズムが存在する

入力： 3-SAT の入力 φ (変数数 $= n$)，正整数 ℓ

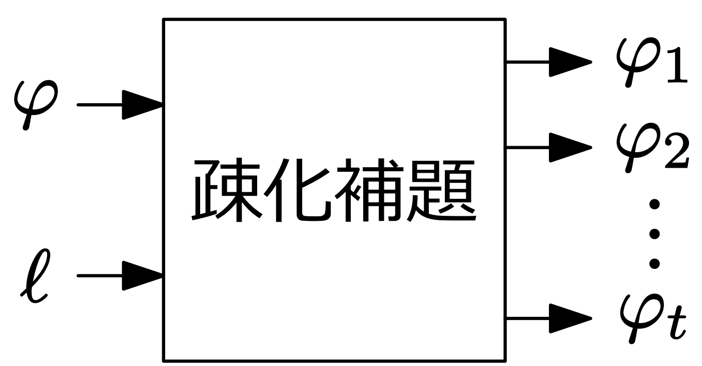
出力： t 個の 3-SAT 入力 $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_t$

要請：
1. $t \le 2^{n/\ell}$
2. φ が充足可能 $\Leftrightarrow$ ある φ_i が充足可能
3. φ_i の節は必ず φ の節
4. φ_i の中には各変数が $g(\ell)$ 回しか現れない

ここで，アルゴリズムの計算量は $O^*(2^{n/\ell})$ である

$$\varphi = \bigvee_{i=1}^{t} \varphi_i$$

節数 $\quad m \quad \le g(\ell)n$



本日の内容

1. 準指数時間の計算量
2. 指数時間仮説と疎化補題
3. **疎化補題の利用法**

- R. Impagliazzo, R. Paturi, On the complexity of k-SAT. *Journal of Computer and System Sciences* 62 (2001) pp. 367–375.
- R. Impagliazzo, R. Paturi, F. Zane, Which problems have strongly exponential complexity? *Journal of Computer and System Sciences* 63 (2001) pp. 512–530.

節数に関する改善 (再掲)

疎化補題を用いて，次の定理を証明する

性質：3-SAT に対する計算量下界 (改善)

指数時間仮説が正しい ⇒ 3-SAT は $2^{o(m)}$ 時間で解けない
(m は論理式の節数)

節数に関する改善：証明 (1)

<u>仮定</u>：3-SAT が $2^{o(m)}$ 時間で解ける　　　$m =$ 節数

(∃ 関数 h, $\forall\, \varepsilon > 0$: $h(\varepsilon) \cdot 2^{\varepsilon m}$ 時間で解ける)

<u>目標</u>：3-SAT が $2^{o(n)}$ 時間で解ける　　　$n =$ 変数数

(∃ 関数 h', $\forall\, \varepsilon' > 0$: $h'(\varepsilon') \cdot 2^{\varepsilon' n}$ 時間で解ける)

節数に関する改善：証明 (1)

仮定：3-SAT が $2^{o(m)}$ 時間で解ける　　$m =$ 節数

(∃ 関数 h, ∀ $\varepsilon > 0$: $h(\varepsilon) \cdot 2^{\varepsilon m}$ 時間で解ける)

目標：3-SAT が $2^{o(n)}$ 時間で解ける　　$n =$ 変数数

(∃ 関数 h', ∀ $\varepsilon' > 0$: $h'(\varepsilon') \cdot 2^{\varepsilon' n}$ 時間で解ける)

- $h'(\varepsilon') = h(\frac{2}{\varepsilon' g(\frac{2}{\varepsilon'})})$ とする

(g は疎化補題に現れる関数)

定理：疎化補題 (sparsification lemma)

ある関数 g が存在し，次を行うアルゴリズムが存在する
入力： 3-SAT の入力 φ (変数数 $= n$)，正整数 ℓ
出力： t 個の 3-SAT 入力 $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_t$
要請： 1. $t \leq 2^{n/\ell}$
2. φ が充足可能 ⇔ ある φ_i が充足可能
3. φ_i の節は必ず φ の節
4. φ_i の中には各変数が $g(\ell)$ 回しか現れない
ここで，アルゴリズムの計算量は $O^*(2^{n/\ell})$ である

節数に関する改善：証明 (1)

仮定：3-SAT が $2^{o(m)}$ 時間で解ける　　　$m =$ 節数

($\exists$ 関数 $h, \forall\, \varepsilon > 0 : h(\varepsilon) \cdot 2^{\varepsilon m}$ 時間で解ける)

目標：3-SAT が $2^{o(n)}$ 時間で解ける　　　$n =$ 変数数

($\exists$ 関数 $h', \forall\, \varepsilon' > 0 : h'(\varepsilon') \cdot 2^{\varepsilon' n}$ 時間で解ける)

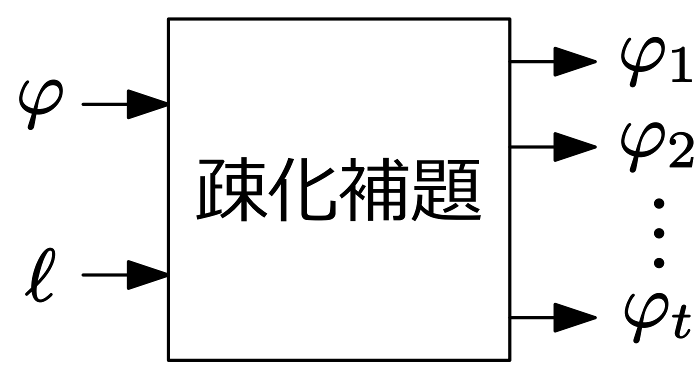
- $h'(\varepsilon') = h(\frac{2}{\varepsilon' g(\frac{2}{\varepsilon'})})$ とする

(g は疎化補題に現れる関数)

- $\ell = \frac{2}{\varepsilon'}$ として，φ に疎化補題を適用

$$\varphi = \bigvee_{i=1}^{t} \varphi_i \qquad t \le 2^{n/\ell}$$

節数　m　$\le g(\ell)n$

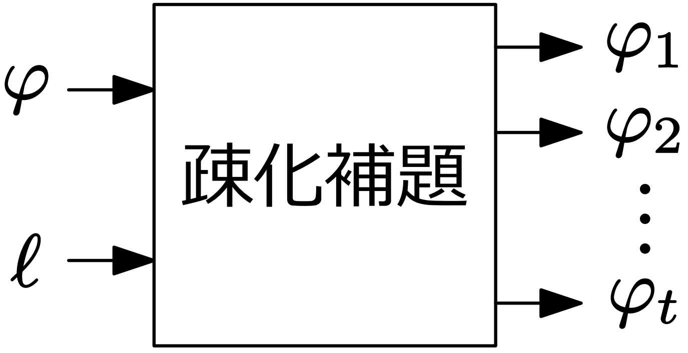


節数に関する改善：証明 (2)

アルゴリズム：

1. φ と ℓ に対して，疎化補題を適用
   $\to \varphi_1, \ldots, \varphi_t$ を得る
2. 各 φ_i を $2^{o(m)}$ 時間アルゴリズムで解く
3. ある φ_i が充足可能 $\Rightarrow$ φ は充足可能
   そうでない $\Rightarrow$ φ は充足可能でない

正しさは，疎化補題から分かる



<u>アルゴリズム</u>：

1. φ と ℓ に対して，疎化補題を適用
   $\to \varphi_1, \ldots, \varphi_t$ を得る
2. 各 φ_i を $2^{o(m)}$ 時間アルゴリズムで解く
3. ある φ_i が充足可能 $\Rightarrow$ φ は充足可能
   そうでない $\Rightarrow$ φ は充足可能でない

正しさは，疎化補題から分かる

計算量 $\leq \underbrace{2^{n/\ell}(n+m)^c}_{\text{疎化補題の計算量}} + \underbrace{2^{n/\ell}}_{t\text{ の上界}} \cdot \underbrace{h(\varepsilon)2^{\varepsilon g(\ell)n}}_{2^{o(\text{節数})}\text{ 時間},\ \text{節数} \leq g(\ell)n}$

節数に関する改善：証明 (3)

$$\text{計算量} \le 2^{n/\ell}(n+m)^c + 2^{n/\ell}\cdot h(\varepsilon)2^{\varepsilon g(\ell)n}$$

$$\ell = \frac{2}{\varepsilon'}, \varepsilon = \frac{\varepsilon'}{2g(\frac{2}{\varepsilon'})}, h'(\varepsilon') = h\left(\frac{\varepsilon'}{2g(\frac{2}{\varepsilon'})}\right) = h(\varepsilon)$$

$$\begin{aligned}
&= 2^{\varepsilon' n/2}(n+m)^c + 2^{\varepsilon' n/2}\cdot h'(\varepsilon')2^{\frac{\varepsilon'}{2g(\frac{2}{\varepsilon'})}g(\frac{2}{\varepsilon'})n} \\
&= 2^{\varepsilon' n/2}(n+m)^c + h'(\varepsilon')2^{\varepsilon' n} \\
&\le 2h'(\varepsilon')2^{\varepsilon' n}(n+m)^c
\end{aligned}$$

$$\therefore\ \text{計算量} = 2^{o(n)}\cdot 2(n+m)^c = 2^{o(n)+\log_2(2(n+m)^c)} = 2^{o(n)}$$

$\square$

本日のまとめと次回の予告

今回と次回

指数時間よりも小さい計算量を達成できるか？

今回
- 指数時間仮説
- 準指数時間帰着
- 疎化補題

次回
- 準指数時間帰着の例