

## 1 レポート課題

次の 3 問にすべて答えよ。なお、用語の定義、記法、計算モデルは本講義で用いるものに準拠する。

### 問 1

問題  $R2 \parallel C_{\max}$  に対して、動的計画法に基づく擬多項式時間アルゴリズムを設計せよ。そして、(時間) 計算量の上界を  $O$  記法で与えよ。ここで、アルゴリズムに入力として与えられる処理時間はすべて正整数であると仮定せよ。(ヒント:  $R2 \parallel C_{\max}$  においては、一方の機械の総処理時間だけから、もう一方の機械の総処理時間が決まらないので、注意せよ。)

### 問 2

問題  $P \parallel \sum w_j C_j$  が強 NP 困難であることを、3 分割問題を帰着することで証明せよ。(ヒント: 3 分割問題が強 NP 困難であることは用いてもよい。問題  $1 \parallel \sum w_j C_j$  において  $w_j = p_j$  であるとき、どのようにジョブを並べても、重み付き総完了時刻が

$$\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n p_j^2 + \frac{1}{2} \left( \sum_{j=1}^n p_j \right)^2$$

と表されることを用いてもよい(この事実は授業中でも紹介した。)

### 問 3

問題  $P \parallel C_{\max}$  を考える。任意の機械数  $m \geq 2$  に対して、ある入力  $I_m$  が存在して、任意の実数  $\alpha$  に対して、次の性質を満たすことを証明せよ。

[性質] LPT (最長処理時間優先順) に対するリスト・スケジューリングに  $I_m$  を入力するとき、その出力が  $\alpha$  近似であるならば、 $\alpha \geq \frac{4}{3} - \frac{1}{3m}$  となる。

特に、そのような入力  $I_m$  を構成し、上記の性質を持つ理由を説明せよ。(注意:  $m = 3$  のときは授業中で示した。  $m = 2, 4, 5$  のときに限る解答でも、正しければ、部分点を与える。)

## 2 提出法，形式，採点基準 など

- 提出締切は 12 月 4 日 (水) 23:59 JST.
- 使用言語は日本語か英語に限る.
- 提出法は Google Classroom にて，課題「レポート 1 提出」より PDF ファイル をアップロードする．提出後に，ステータスが「提出済み」となっていることを確認すること．
- レポートの冒頭に，学籍番号と氏名を必ず記載すること．
- 採点基準は，(1) 記述の正確さと厳密さ，(2) 表現の適切さ，(3) 文章構成の良さ (図表の使用も含む) である．期限を過ぎた提出は (特別な事情がない限り) 認められない．50 点満点．
- 「(1) 記述の正確さと厳密さ」は，証明や説明が過不足なく記述されているか，そして，それが数学的・論理的に正しいか，ということの意味する．「(2) 表現の適切さ」は，証明や説明の記述における言語表現が注意深く用いられているか，ということの意味する．「(3) 文章構成の良さ (図表の使用も含む)」は，証明や説明が分かりやすい構造を成しているか，ということの意味し，これには文書作成ソフトウェア，図表作成ソフトウェアの適切な使用法も含まれる．書かれた文字を採点者が判別できない場合，採点できない (つまり，点がつけられない) ことがあるので，注意すること．
- 用語と記法は授業におけるものに従う．また，提出される答案において，授業中に紹介した事項で，各問において「使用してもよい」と記載されているものは，(それが授業内で証明されていないとしても) レポート内では証明せずに用いてもよい．しかし，その場合は，どの性質を用いているのか明示しなければならない．
- 不正行為については，学修要覧を参照すること．一方で，他の履修登録生 (受講生) と相談したり，文献を調べることは大いに推奨する．その際は，レポート内で (例えば，末尾や冒頭で)，相談者や参考文献を必ず記載し，どの部分の相談を行ったのか，あるいは，どの部分で参考にしたのか，本文中に記述すること．その記述が無い場合は，不正行為を疑われる可能性がある．
- レポートに記述された解答の内容に不明な点がある場合，教員が学生に問い合わせを行うことがありうる．その場合，学生は (口頭で) 教員の諮問に回答する必要がある．その一方で，そのような問い合わせがない場合に，レポートの記述内容がすべて明解であるとは限らない．

以上