

グラフとネットワーク 第0回

ガイダンス

岡本 吉央

okamotoy@uec.ac.jp

電気通信大学

2021年4月9日

最終更新：2021年4月11日 23:02

概要

主題

離散最適化の入門として、次を概説する

- ▶ グラフとネットワークを用いた**数理モデル化**
- ▶ **アルゴリズム**的解法の背後にある数理

キャッチフレーズ：「本当の離散数学がここから始まる」

達成目標

以下の4項目をすべて達成すること

- 1 グラフやネットワークに関する**用語**を正しく使うことができる
- 2 現実世界の諸問題をグラフやネットワークで表現し、**数理モデル**を構築できる
- 3 アルゴリズム的解法の背後にある数理、特に、**最小最大定理**の重要性を説明でき、それを用いて最適性の**証明**ができる
- 4 グラフとネットワークに関する簡単な数学的事実を**証明**できる

どんな問題を扱うのか：例 1 — 優勝可能性の判定

MLB アメリカンリーグ 東地区 1996 年 8 月 30 日 金曜日

チーム名	勝	敗	残	NYN	BAL	BOS	TOR	DET	他地区
NYN	75	59	28	—	3	8	7	3	7
BAL	71	63	28	3	—	2	7	4	12
BOS	69	66	27	8	2	—	0	0	17
TOR	63	72	27	7	7	0	—	0	13
DET	49	86	27	3	4	0	0	—	20

NYN = ニューヨーク・ヤンキース, BAL = ボルティモア・オリオールズ,
 BOS = ボストン・レッドソックス, TOR = トロント・ブルージェイズ,
 DET = デトロイト・タイガース

優勝可能性判定問題

DET はまだ地区優勝が可能か？

(注：引き分けはない)

<https://s2.smu.edu/~olinick/riot/detroit.html>

どんな問題を扱うのか：例 1 — 優勝可能性の判定

MLB アメリカンリーグ 東地区 1996 年 8 月 30 日 金曜日

チーム名	勝	敗	残	NYN	BAL	BOS	TOR	DET	他地区
NYN	75	59	28	—	3	8	7	3	7
BAL	71	63	28	3	—	2	7	4	12
BOS	69	66	27	8	2	—	0	0	17
TOR	63	72	27	7	7	0	—	0	13
DET	49	86	27	3	4	0	0	—	20

NYN = ニューヨーク・ヤンキース, BAL = ボルティモア・オリオールズ,
 BOS = ボストン・レッドソックス, TOR = トロント・ブルージェイズ,
 DET = デトロイト・タイガース

優勝可能性判定問題

DET はまだ地区優勝が可能か？

(注：引き分けはない)

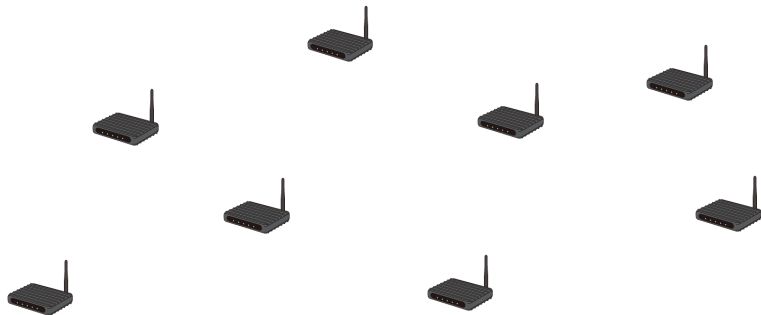
⇒ 最大流

<https://s2.smu.edu/~olinick/riot/detroit.html>

どんな問題を扱うのか：例 2 — センサネットワークにおける通信

センサネットワークにおける通信

どのようにルーティング経路を設定すれば十分か？

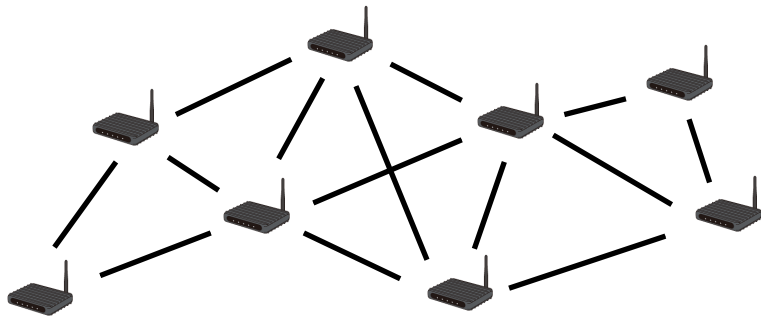


<https://www.logitech.co.jp/products/wlan/lanmbw300ps/>

どんな問題を扱うのか：例 2 — センサネットワークにおける通信

センサネットワークにおける通信

どのようにルーティング経路を設定すれば十分か？

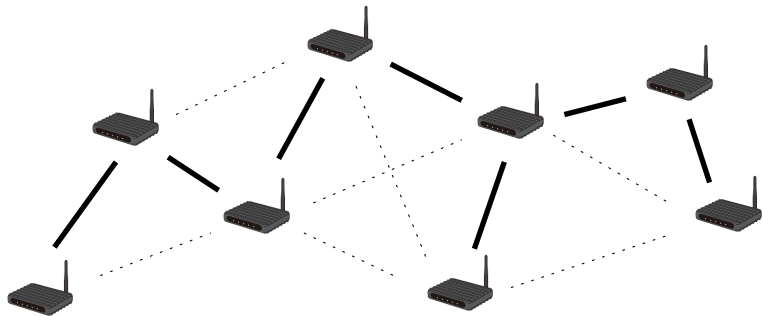


<https://www.logitech.co.jp/products/wlan/lanmbw300ps/>

どんな問題を扱うのか：例 2 — センサネットワークにおける通信

センサネットワークにおける通信

どのようにルーティング経路を設定すれば十分か？

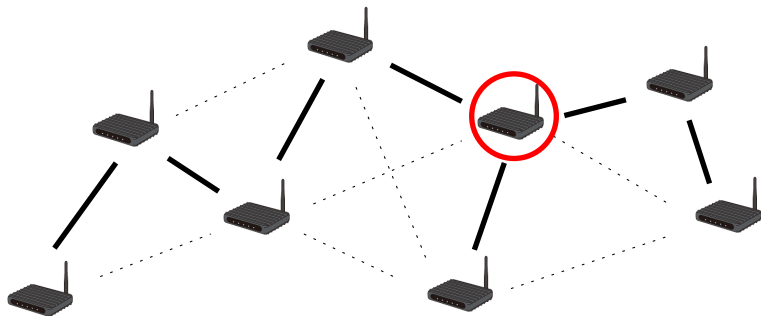


<https://www.logitech.co.jp/products/wlan/lanmbw300ps/>

どんな問題を扱うのか：例 2 — センサネットワークにおける通信

センサネットワークにおける通信

どのようにルーティング経路を設定すれば十分か？

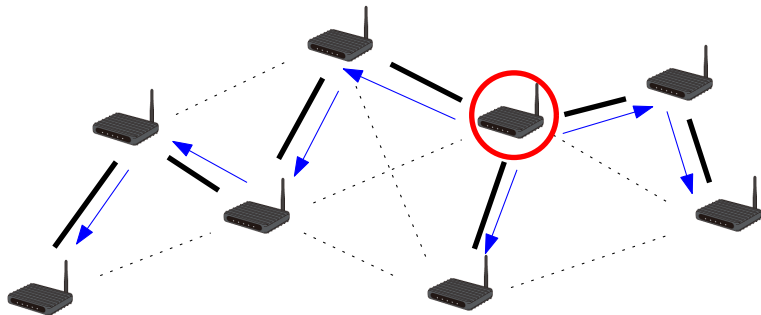


<https://www.logitech.co.jp/products/wlan/lanmbw300ps/>

どんな問題を扱うのか：例 2 — センサネットワークにおける通信

センサネットワークにおける通信

どのようにルーティング経路を設定すれば十分か？

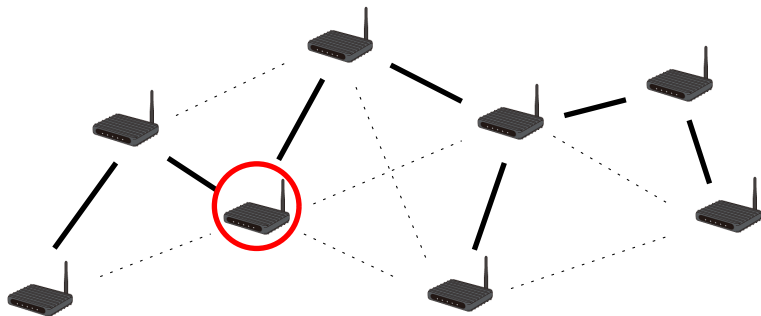


<https://www.logitech.co.jp/products/wlan/lanmbw300ps/>

どんな問題を扱うのか：例 2 — センサネットワークにおける通信

センサネットワークにおける通信

どのようにルーティング経路を設定すれば十分か？

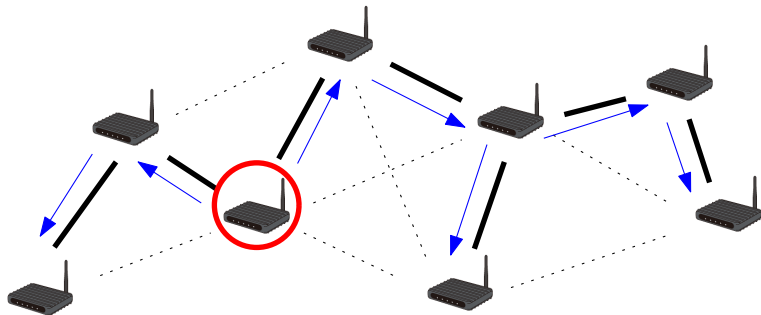


<https://www.logitech.co.jp/products/wlan/lanmbw300ps/>

どんな問題を扱うのか：例 2 — センサネットワークにおける通信

センサネットワークにおける通信

どのようにルーティング経路を設定すれば十分か？

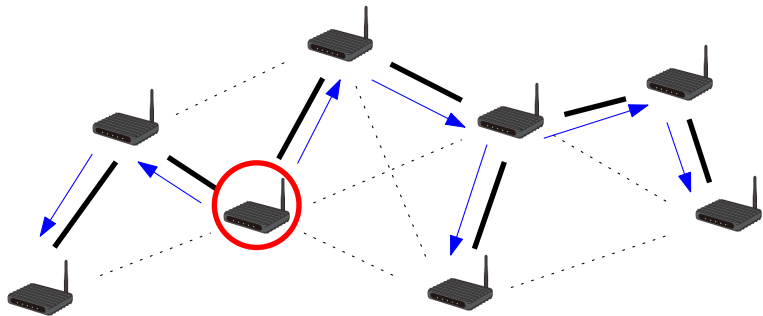


<https://www.logitech.co.jp/products/wlan/lanmbw300ps/>

どんな問題を扱うのか：例 2 — センサネットワークにおける通信

センサネットワークにおける通信

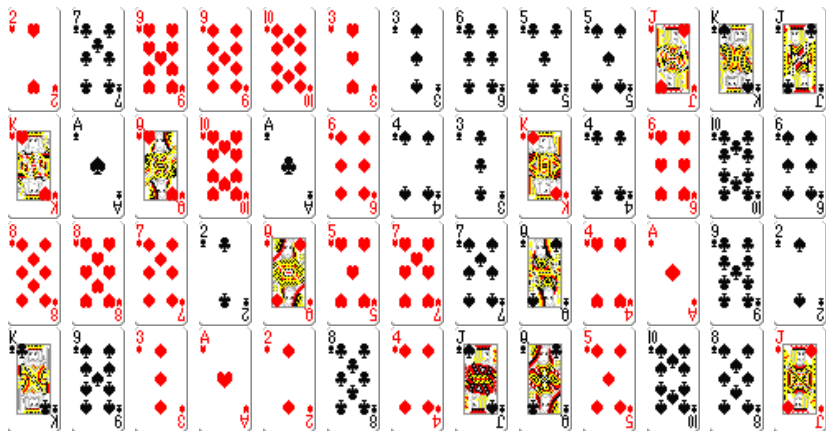
どのようにルーティング経路を設定すれば十分か？



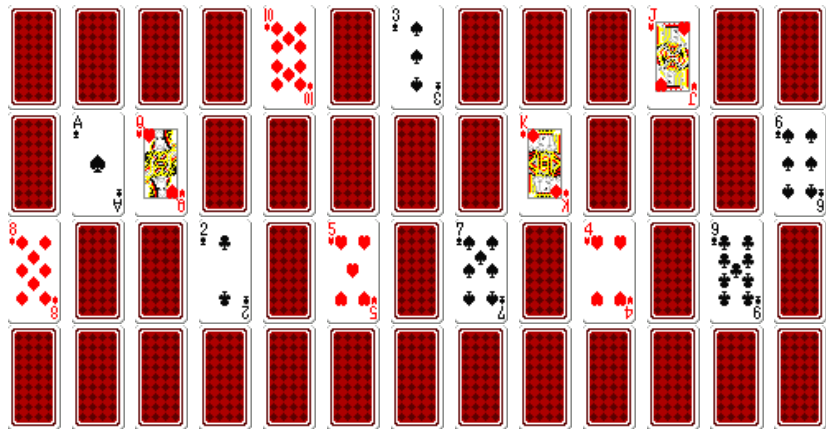
⇒ 全域木, 連結性

<https://www.logitech.co.jp/products/wlan/lanmbw300ps/>

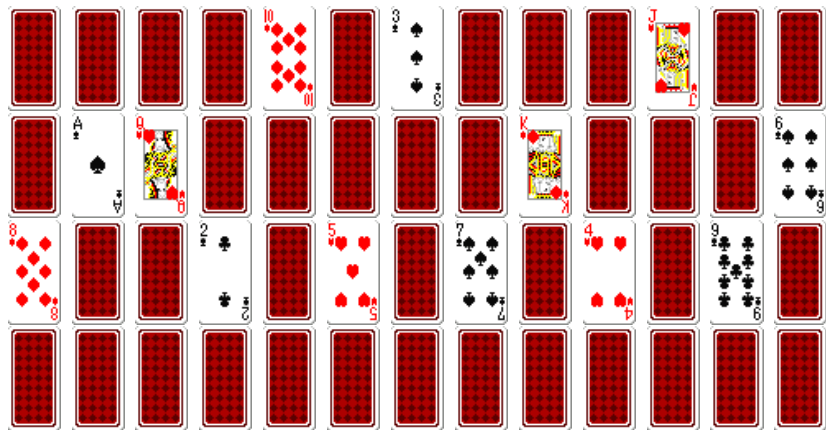
どんな問題を扱うのか：例3 — トランプ・マジック？



どんな問題を扱うのか：例3 — トランプ・マジック？



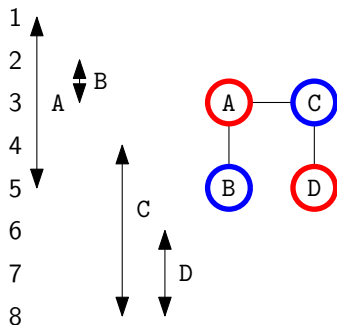
どんな問題を扱うのか：例3 — トランプ・マジック？



→ マッチング

どんな問題を扱うのか：例 4 — コンパイラにおけるレジスタ割当

1: $A = 2$
 2: $B = 3$
 3: $B = B + 2$
 4: $C = A + 1$
 5: $A = C + 3$
 6: $D = 4$
 7: $D = C + 2$
 8: $C = 3$



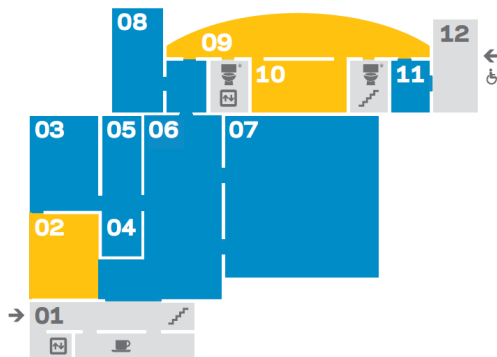
1: $R1 = 2$
 2: $R2 = 3$
 3: $R2 = R2 + 2$
 4: $R2 = R1 + 1$
 5: $R1 = R2 + 3$
 6: $R1 = 4$
 7: $R1 = R2 + 2$
 8: $R2 = 3$

⇒ 彩色

どんな問題を扱うのか：例5 — 監視カメラの設置

360 度見渡せる監視カメラを何個設置すれば、隈なく監視できるのか？

MAIN LEVEL



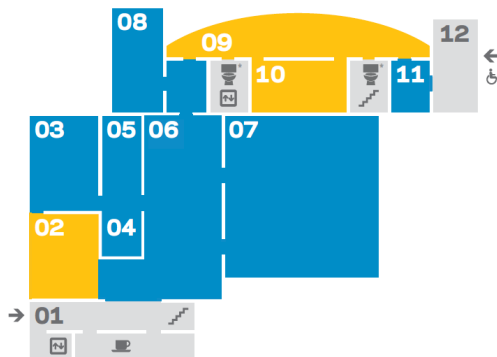
- 01 Krannert Art Museum
Main Entrance and Lobby
Peabody Drive Entrance
- 02 Encounters: The Arts of
Africa
- 03 West Gallery
Temporary Exhibitions
- 04 Light Court Gallery
Temporary Exhibitions
- 05 Rosann Gelvin Noel Annex
Temporary Exhibitions
- 06 Rosann Gelvin Noel Gallery
Temporary Exhibitions
- 07 East Gallery
Temporary Exhibitions
- 08 Contemporary Gallery
Temporary Exhibitions
- 09 Bow Gallery
European and American Art
Before 1940
- 10 Trees Gallery
European Art Before 1900
- 11 Kinkead Gallery
Temporary Exhibitions
- 12 Kinkead Pavilion
Sixth Street Entrance

<https://kam.illinois.edu/files/Map-main-f2017.png>

どんな問題を扱うのか：例5 — 監視カメラの設置

360度見渡せる監視カメラを何個設置すれば、隈なく監視できるのか？

MAIN LEVEL



- 01 Krannert Art Museum
Main Entrance and Lobby
Peabody Drive Entrance
- 02 Encounters: The Arts of
Africa
- 03 West Gallery
Temporary Exhibitions
- 04 Light Court Gallery
Temporary Exhibitions
- 05 Rosann Gelvin Noel Annex
Temporary Exhibitions
- 06 Rosann Gelvin Noel Gallery
Temporary Exhibitions
- 07 East Gallery
Temporary Exhibitions
- 08 Contemporary Gallery
Temporary Exhibitions
- 09 Bow Gallery
European and American Art
Before 1940
- 10 Trees Gallery
European Art Before 1900
- 11 Kinkead Gallery
Temporary Exhibitions
- 12 Kinkead Pavilion
Sixth Street Entrance

<https://kam.illinois.edu/files/Map-main-f2017.png>

⇒ 平面グラフ

スケジュール 前半 (予定)

- | | | |
|---|-----------------|--------|
| 0 | ガイダンス | (4/9) |
| 1 | グラフの定義と次数：数理 | (4/16) |
| 2 | 道と閉路：数理 | (4/23) |
| 3 | 木：数理 | (4/30) |
| 4 | マッチング：数理 | (5/7) |
| 5 | マッチング：モデル化 | (5/14) |
| 6 | 最大流：数理 | (5/21) |
| 7 | 最大流：モデル化 (1) 割当 | (5/28) |

注意：予定の変更もありうる

スケジュール 後半 (予定)

- | | | |
|----|----------------------------|--------|
| 8 | 最大流：モデル化 (2) 二部グラフの最大マッチング | (6/4) |
| 9 | 最大流：モデル化 (3) カットの視点 | (6/11) |
| 10 | 連結性：数理とモデル化 | (6/18) |
| 11 | 彩色：数理 | (6/25) |
| 12 | 彩色：モデル化 | (7/2) |
| 13 | 平面グラフ：数理 | (7/9) |
| 14 | 平面グラフ：モデル化 | (7/16) |
| * | 予備 | (8/13) |

注意：予定の変更もありうる

情報

教員

- ▶ 岡本 吉央 (おかもと よしお)
- ▶ 居室 : 西 4 号館 2 階 206 号室
- ▶ E-mail : okamotoy@uec.ac.jp
- ▶ Web : <http://dopal.cs.uec.ac.jp/okamotoy/>

ティーチング・アシスタント

- ▶ 鈴木 絢香 (すずき あやか)
- ▶ 居室 : 西 4 号館 2 階 202 号室 (岡本研究室)

講義資料

- ▶ Web : <http://dopal.cs.uec.ac.jp/okamotoy/lect/2021/gn/>
- ▶ Google Classroom : 内部シラバス参照

<http://dopal.cs.uec.ac.jp/okamotoy/lect/2021/gn/>

- ▶ スライド
- ▶ 印刷用スライド : 8 枚のスライドを 1 ページに収めたもの
- ▶ 演習問題
- ▶ 用語一覧
- ▶ Jupyter Notebook (Python 3)
- ▶ 講義動画 (オンデマンド授業)
- ▶ 復習動画 (リアルタイム授業の録画)

授業の受け方

授業時間まで

講義動画 (オンデマンド) を視聴する

- ▶ 質問・コメントを Classroom で投稿する (前日の 21:00 まで)
- ▶ 授業内演習問題の解答を準備しておく

授業時間中

リアルタイム授業を受講する

- ▶ 授業内容について質問・討論を行う (←復習動画として公開される)
- ▶ グループワークで授業内演習問題に取り組む

授業時間の後

演習問題に取り組む

- ▶ 取り組み方については後述

いずれにおいても、出席は取らない (評価の対象とならない)

演習問題

演習問題の種類

- ▶ 授業内問題：リアルタイム授業で扱う
- ▶ 復習問題：講義で取り上げた内容を反復
- ▶ 補足問題：講義で省略した内容を補足
- ▶ 追加問題：講義の内容に追加
- ▶ 発展問題：少し難しい (かもしれない)

演習問題の進め方

- ▶ 授業内問題は、リアルタイム授業で扱う
- ▶ それ以外の問題は、自習用
- ▶ 注意：「模範解答」のようなものは存在しない

演習問題 (続)

答案の提出

- ▶ 演習問題の答案をレポートとして提出 **してもよい**
- ▶ レポートには提出締切がある (各回にて指定)
- ▶ レポートは採点されない (成績に勘案されない)
- ▶ レポートにはコメントがつけられて、返却される
 - ▶ 返却された内容については、再提出ができる (再提出締切は原則なし)

成績評価

評価方法 : 2 回のレポート提出 **のみ** による

▶ 出題形式

- ▶ 演習問題と同じ形式の問題を 5 題出題する
- ▶ その中の 2 題以上は演習問題として提示されたものと同じである (ただし, 「発展」として提示された演習問題は出題されない)
- ▶ 全問に解答する

▶ 配点 : 1 題 10 点満点

評価基準 : レポート 1 の素点 + レポート 2 の素点

- ▶ これ以外の要素は成績評価に考慮されない

格言

格言 (三省堂 大辞林)

短い言葉で、人生の真理や処世術などを述べ、教えや戒めとした言葉。
「石の上にも三年」「沈黙は金」など。金言。

格言 (この講義における)

講義内容とは直接関係ないかもしれないが、
私 (岡本) が重要だと思うこと

格言 (の例)

単位取得への最短の道のりは、授業に出て、演習問題を解くこと

教科書・参考書

教科書

- ▶ 指定しない

参考書

- ▶ 藤重悟, 「グラフ・ネットワーク・組合せ論」, 共立出版, 2002.
- ▶ 繁野麻衣子, 「ネットワーク最適化とアルゴリズム」, 朝倉書店, 2010.
- ▶ R.J. ウィルソン (著), 西関隆夫, 西関裕子 (訳), 「グラフ理論入門 原書第4版」, 近代科学社, 2001.
- ▶ 茨木俊秀, 永持仁, 石井利昌, 「グラフ理論」, 朝倉書店, 2010.
- ▶ など

目次

① ネットワークの展覧会

今から紹介する例に共通すること

間違った認識

現実世界には たくさん ネットワークが 存在する

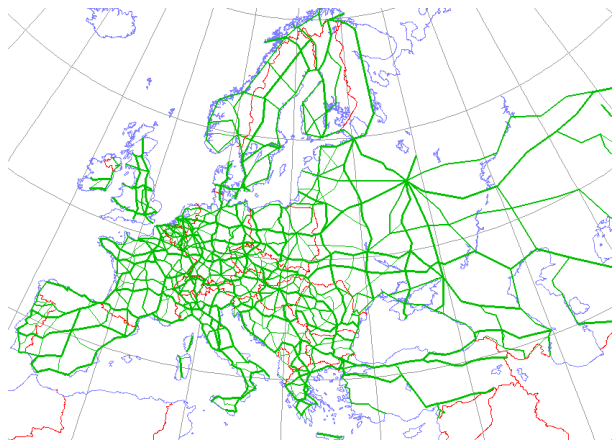
正しい認識

現実世界には たくさん ネットワークと見なせることが 存在する

- ▶ 「ネットワーク」としてモデル化している
- ▶ 「グラフ」はネットワークの数理モデルとして使われる

その他の例は 今後の講義や 他の講義の中で

道路ネットワーク



https://en.wikipedia.org/wiki/File:International_E_Road_Network_green.png

輸送ネットワーク

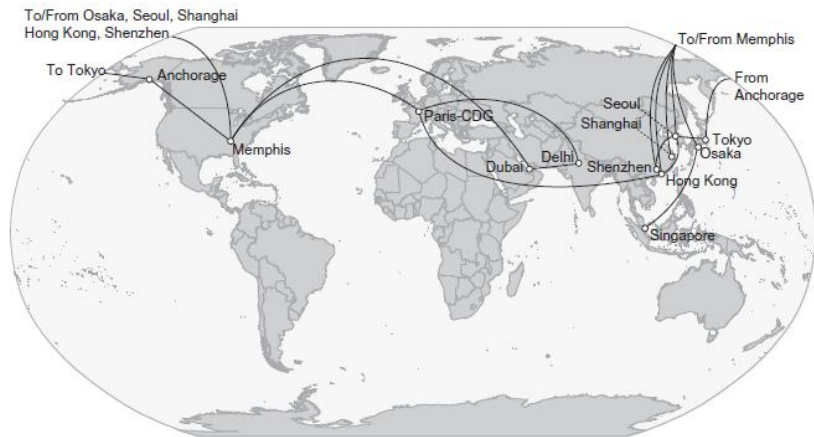
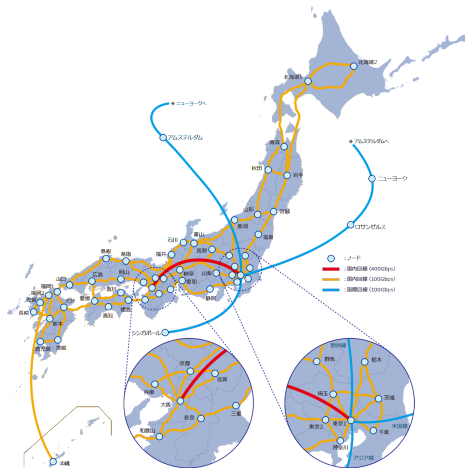


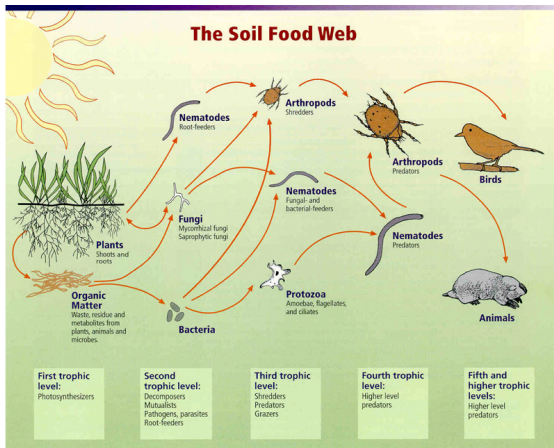
Fig. 8. FedEx Boeing 777-200LR direct lanes. Source: FedEx (2011b).

J. T. Bowen Jr. (2012), *J. Trans. Geography*, 24, pp. 419–431

情報通信ネットワーク



<https://www.sinet.ad.jp/aboutsinet>



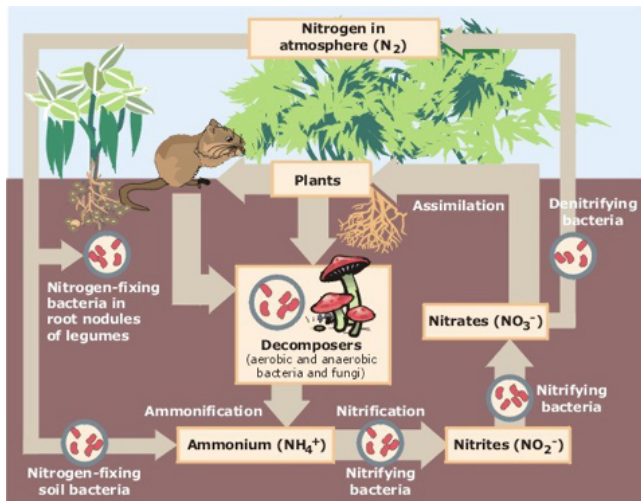
Relationships between soil food web, plants, organic matter, and birds and mammals

Image courtesy of USDA Natural Resources Conservation Service

http://soils.usda.gov/sqi/soil_quality/soil_biology/soil_food_web.html.

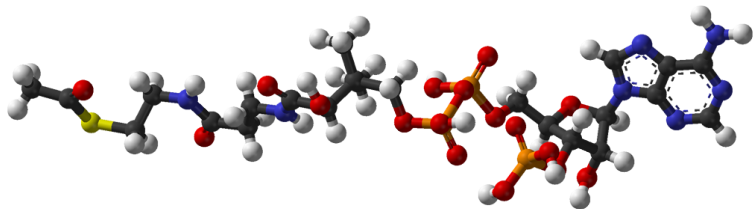
https://en.wikipedia.org/wiki/File:Soil_food_webUSDA.jpg

窒素循環



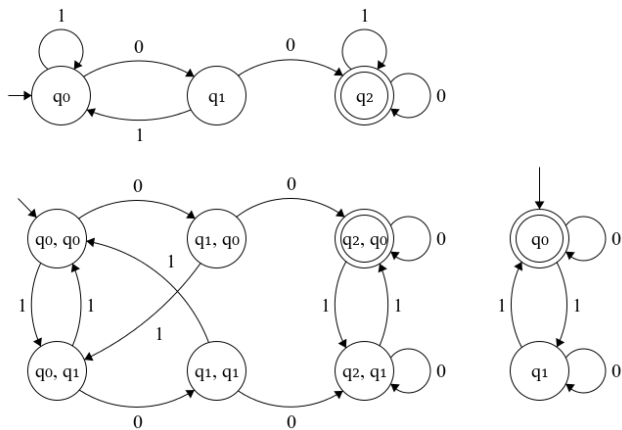
https://en.wikipedia.org/wiki/File:Nitrogen_Cycle.jpg

分子模型



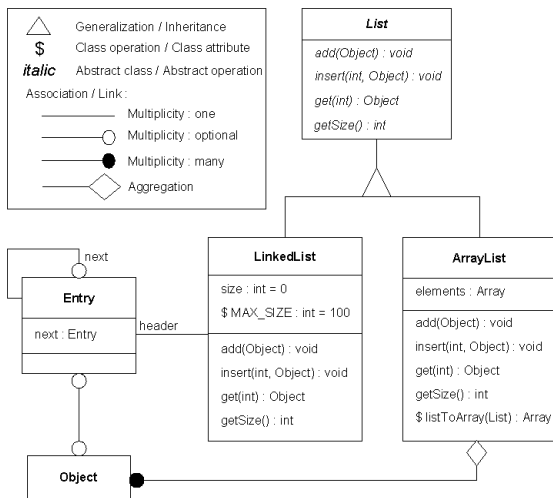
<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Acetyl-CoA-3D-balls.png>

状態遷移図



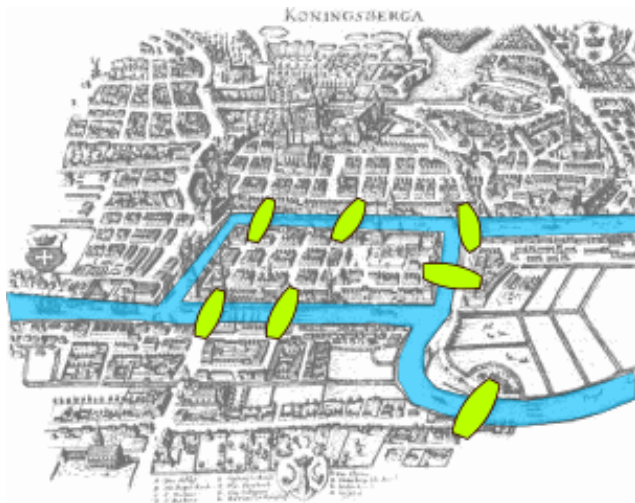
<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Intersection1.png>

オブジェクトモデル図



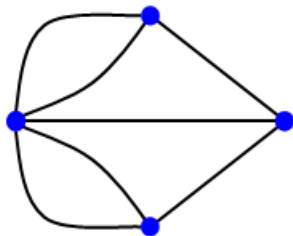
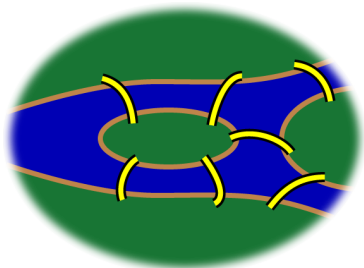
https://en.wikipedia.org/wiki/File:OMT_object_diagram.png

ケーニヒスベルクの橋の問題 (オイラー, 1735 年)



http://en.wikipedia.org/wiki/File:Koenigsberg_bridges.png

ケーニヒスベルクの橋の問題：続き



https://en.wikipedia.org/wiki/Seven_Bridges_of_Königsberg

紹介した例に共通すること (再掲)

間違った認識

現実世界には たくさん ネットワークが 存在する

正しい認識

現実世界には たくさん ネットワークと見なせることが 存在する

- ▶ 「ネットワーク」としてモデル化している
- ▶ 「グラフ」はネットワークの数理モデルとして使われる

その他の例は 今後の講義や 他の講義の中で