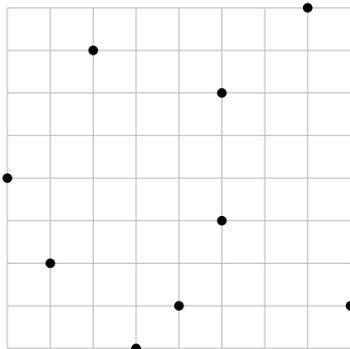


提出締切：2021年7月26日 12:59

授業内問題 14.1 4彩色可能であるが、平面的ではない無向グラフの例を挙げよ。その例が所望の性質を満たすことも説明せよ。

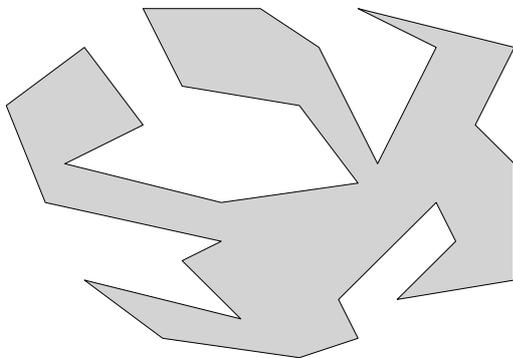
授業内問題 14.2 次の図にある点の集合を P とするとき、 P のドロワーネ三角形分割を描け。



復習問題 14.3 任意の平面的グラフが6彩色可能であることを、以下の手順に従って証明せよ。

1. 頂点数が6以下の(平面的であるとは限らない)無向グラフが必ず6彩色可能であることを証明せよ。
2. 平面的グラフには必ず次数が5以下の頂点が存在することを証明せよ。
3. 頂点数に関する帰納法を用いて、任意の平面的グラフが6彩色可能であることの証明を完結させよ。

復習問題 14.4 次の単純多角形を10人以下の監視員で監視する方法を与えよ。なぜ監視できているのかということも説明せよ。



補足問題 14.5 任意の外平面的グラフが3彩色可能であることを証明せよ。(ヒント:四色定理を用いてもよい。四色定理を用いない証明もあるので、余力がある場合は考えてみよ。)

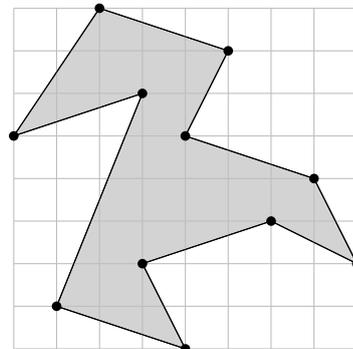
追加問題 14.6 ブラジルの地図の4彩色を1つ見つけよ。(地図は次のページにある。)注意: Minas Gerais と Distrito Federal の境界は1次元的に接しているの、異なる色で塗られなければならない。

また、この地図は3彩色可能ではないが、その理由を説明せよ。ヒント:頂点数5の閉路は2彩色可能ではない。

追加問題 14.7 次の問いに答えよ。

1. 頂点数が2以上である任意の連結外平面的グラフ $G = (V, E)$ に対して、 $|E| \leq 2 \cdot |V| - 3$ が成り立つことを証明せよ。
2. それを用いて、頂点数4の完全グラフ K_4 が外平面的ではないことを証明せよ。

追加問題 14.8 次の単純多角形を3人以下の監視員で監視する方法を与えよ。なぜ監視できているのかということも説明せよ。



追加問題 14.9 平面上の有限点集合 $P \subseteq \mathbb{R}^n$ を考える。点 $p \in P$ に対して、 $P - \{p\}$ の中で p に最も近い点を q とする。このとき、 $\{p, q\}$ は P のドロワーネ・グラフの辺であることを証明せよ。

