離散数理工学 (4) 2020 年 10 月 27 日

演習問題 岡本 吉央

提出締切： 2020 年 11 月 10 日 午前 9:00

復習問題 4.1 次の漸化式を考える．

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n = 1 \text{ のとき}) \\ 2 & (n = 2 \text{ のとき}) \\ a_{n-1} + a_{n-2} & (n \geq 3 \text{ のとき}). \end{cases}$$

母関数を用いる方法によって，数列 $\{a_n\}_{n\geq 1}$ の一般項 a_n を閉じた形で与えよ．

復習問題 4.2 次の漸化式を考える．

$$a_n = \begin{cases} 3 & (n = 1 \text{ のとき}) \\ 4a_{n-1} - 3^{n-1} & (n \geq 2 \text{ のとき}). \end{cases}$$

母関数を用いる方法によって，数列 $\{a_n\}_{n\geq 0}$ の一般項 a_n を閉じた形で与えよ．

復習問題 4.3 次の漸化式を考える．

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n = 0 \text{ のとき}) \\ 3a_{n-1} + 2n & (n \geq 1 \text{ のとき}). \end{cases}$$

母関数を用いる方法によって，数列 $\{a_n\}_{n\geq 0}$ の一般項 a_n を閉じた形で与えよ．

復習問題 4.4 次の漸化式を考える．

$$a_n = \begin{cases} 4 & (n = 0 \text{ のとき}) \\ na_{n-1} + 3n - 2 & (n \geq 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

以下の問いに答えよ．

1. 任意の自然数 $n \geq 0$ に対して，$b_n = a_n/n!$ とする．母関数を用いる方法によって，数列 $\{b_n\}_{n\geq 0}$ の一般項 b_n を閉じた形で与えよ．
2. 小問 1 の結果を用いて，数列 $\{a_n\}_{n\geq 0}$ の一般項 a_n を閉じた形で与えよ．

追加問題 4.5 次の漸化式を考える．

$$d_n = \begin{cases} 1 & (n = 1 \text{ のとき}) \\ 3 & (n = 2 \text{ のとき}) \\ d_{n-1} + 2d_{n-2} & (n \geq 3 \text{ のとき}). \end{cases}$$

母関数を用いる方法によって，数列 $\{d_n\}_{n\geq 1}$ の一般項 d_n を閉じた形で与えよ．

追加問題 4.6 次の漸化式を考える．

$$b_n = \begin{cases} 0 & (n = 1 \text{ のとき}) \\ 2b_{n-1} - 3n + 9 & (n \geq 2 \text{ のとき}). \end{cases}$$

母関数を用いる方法によって，数列 $\{b_n\}_{n\geq 1}$ の一般項 b_n を閉じた形で与えよ．

追加問題 4.7 次の漸化式を考える．

$$c_n = \begin{cases} 3 & (n = 0 \text{ のとき}) \\ 2c_{n-1} - n & (n \geq 1 \text{ のとき}). \end{cases}$$

母関数を用いる方法によって，数列 $\{c_n\}_{n\geq 0}$ の一般項 c_n を閉じた形で与えよ．

追加問題 4.8 次の漸化式を考える．

$$a_n = \begin{cases} 2 & (n = 0 \text{ のとき}) \\ na_{n-1} + 2n + (-1)^n & (n \geq 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

以下の問いに答えよ．

1. 任意の自然数 $n \geq 0$ に対して，$b_n = a_n/n!$ とする．母関数を用いる方法によって，数列 $\{b_n\}_{n\geq 0}$ の一般項 b_n を閉じた形で与えよ．
2. 小問 1 の結果を用いて，数列 $\{a_n\}_{n\geq 0}$ の一般項 a_n を閉じた形で与えよ．