

提出締切：2020年11月26日13:00

**復習問題 7.1** 任意の WHILE 計算可能 1 変数全域関数  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  に対して、次を満たす WHILE プログラム  $R$  が存在することを証明せよ。

任意の  $n$  に対して、 $\text{univ}(\text{enc}(R), n) = \text{univ}(f(\text{enc}(R)), n)$  が成り立つ。

(ヒント：部分関数  $g: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  を、 $g(n, e) = \text{univ}(f(S_1^1(e, e)), n)$  で定義するとき、まず、 $g$  が WHILE 計算可能であることを確認せよ。部分関数  $g$  を計算する WHILE プログラムを  $G$  とするとき、 $\text{enc}(R) = S_1^1(\text{enc}(G), \text{enc}(G))$  を満たすプログラム  $R$  を考えよ。)

**復習問題 7.2** 任意の WHILE プログラム  $P$  に対して、「 $P$  の中で、 $P$  のコード  $\text{enc}(P)$  を使う」という糖衣構文を作れることを証明せよ。

**復習問題 7.3** 部分関数  $\text{isHalting}: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  を次のように定義する。

$$\text{isHalting}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & (x_1, x_2 \text{ が次の条件 } * \text{ を満たすとき}) \\ 0 & (\text{そうではないとき}). \end{cases}$$

ただし、条件  $*$  は次のように記述される。

ある自然数  $k$  に対して、 $x_1$  が  $k$  入力 GOTO プログラム  $P$  のコードであり、 $x_2$  が長さ  $k$  のリスト  $a = (a_1, \dots, a_k)$  のコードであり、 $P$  に  $a$  を入力したときに、 $P$  が停止する。

演習問題 7.2 の結果を用いて、部分関数  $\text{isHalting}$  が WHILE 計算不可能であることを証明せよ。

**追加問題 7.4** WHILE プログラム  $P_1$  の中で別の WHILE プログラム  $P_2$  のコード  $\text{enc}(P_2)$  を使い、 $P_2$  の中で  $P_1$  のコード  $\text{enc}(P_1)$  を使いたい。

演習問題 7.2 と同じ考え方を用いて、この要求を実現せよ。