

提出締切：2020年10月29日13:00

注意：プログラムを設計する際、自ら定義した糖衣構文を用いても構わない。しかし、その場合、用いた糖衣構文がどのようなプログラムへ置換されるか、必ず述べること。

復習問題 3.1 次の関数 $f: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ が LOOP 計算可能であることを証明せよ。

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

復習問題 3.2 次の関数 $f: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ が GOTO 計算可能であることを証明せよ。

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

復習問題 3.3 自然数 k と部分関数 $f: \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$ を考える。部分関数 f が LOOP 計算可能であるとき、 f は WHILE 計算可能であることを証明せよ。

復習問題 3.4 任意の LOOP プログラムは必ず停止することを証明せよ。

復習問題 3.5 自然数 k と部分関数 $f: \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$ を考える。部分関数 f が WHILE 計算可能であっても、 f が LOOP 計算可能であるとは限らない。なぜか説明せよ。(ヒント：問題 3.4 を用いてもよい。)

復習問題 3.6 自然数 k と部分関数 $f: \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$ を考える。部分関数 f が GOTO 計算可能であるとき、 f は WHILE 計算可能であることを証明せよ。

復習問題 3.7 自然数 k と部分関数 $f: \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$ を考える。部分関数 f が WHILE 計算可能であるとき、 f は GOTO 計算可能であることを証明せよ。

追加問題 3.8 次の部分関数 $\text{inflow}: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ が GOTO 計算可能であることを証明せよ。

任意の $x_1 \in \mathbb{N}$ に対して、 $\text{inflow}(x_1) \uparrow$ 。

追加問題 3.9 次の GOTO プログラムが計算する部分関数を $f: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ とする。このとき、 f を計算する WHILE プログラムを構成せよ。

```
L1: IF  $x_1 = 0$  THEN GOTO L9;  
L2:  $x_0 := x_0 + 1$ ;  
L3: IF  $x_2 = 0$  THEN GOTO L9;  
L4:  $x_0 := x_0 + 1$ ;  
L5:  $x_2 := x_2 - 1$ ;  
L6:  $x_1 := x_1 - 1$ ;  
L7: GOTO L1;  
L8: GOTO L2;  
L9: HALT
```

追加問題 3.10 次の WHILE プログラムが計算する部分関数を $f: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ とする。このとき、 f を計算する GOTO プログラムを構成せよ。

```
WHILE  $x_1 \neq 0$  DO  
  WHILE  $x_2 \neq 0$  DO  
     $x_0 := x_0 + 1$ ;  
     $x_2 := x_2 - 1$   
  END;  
   $x_1 := x_1 - 1$   
END
```