

提出締切：2020年10月15日13:00

注意：WHILE プログラムを設計する際，自ら定義した糖衣構文を用いても構わない．しかし，その場合，用いた糖衣構文がどのような WHILE プログラムへ置換されるか，必ず述べること．

復習問題 2.1 次の関数  $f: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  が WHILE 計算可能であることを証明せよ．

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

復習問題 2.2 次の部分関数  $\text{infloop}: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  が WHILE 計算可能であることを証明せよ．

任意の  $x_1 \in \mathbb{N}$  に対して，  $\text{infloop}(x_1) \uparrow$  .

復習問題 2.3 次の関数  $\text{mult}: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  が WHILE 計算可能であることを証明せよ．

$$\text{mult}(x_1, x_2) = x_1 x_2.$$

復習問題 2.4 次の関数  $\text{isEven}: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  が WHILE 計算可能であることを証明せよ．

$$\text{isEven}(x_1) = \begin{cases} 1 & (x_1 \text{ が偶数のとき}) \\ 0 & (x_1 \text{ が奇数のとき}). \end{cases}$$

復習問題 2.5 次の部分関数  $\text{half}: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  が WHILE 計算可能であることを証明せよ．

$$\text{half}(x_1) = \begin{cases} x_1/2 & (x_1 \text{ が偶数のとき}) \\ \text{定義されない} & (x_1 \text{ が奇数のとき}). \end{cases}$$

追加問題 2.6 次の関数  $\text{sub}: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  が WHILE 計算可能であることを証明せよ．

$$\text{sub}(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1 - x_2 & (x_1 \geq x_2 \text{ のとき}) \\ 0 & (x_1 < x_2 \text{ のとき}). \end{cases}$$

追加問題 2.7 任意の 0 変数部分関数  $f: \emptyset \rightarrow \mathbb{N}$  が WHILE 計算可能であることを証明せよ． (ヒント：まず，0 変数部分関数として可能なものが何なのか特定せよ．)