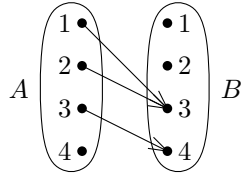


提出締切：2020年10月8日 13:00

復習問題 1.1 次の図のように定義される部分関数 $f: A \rightarrow B$ の定義域は何か？ その要素をすべて並べることで示せ。



補足問題 1.2 任意の集合 A, B と任意の部分関数 $f: A \rightarrow B$ を考える. 部分関数 f が (全域) 関数であるとき, そのときに限り, $\text{dom}(f) = A$ であることを証明せよ.

追加問題 1.3 集合 A, B, C と 2 つの部分関数 $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$ に対して, 部分関数の合成 $g \circ f: A \rightarrow C$ を以下のように定義する. すなわち, 任意の $a \in A$ に対して,

$$(g \circ f)(a) = \begin{cases} g(f(a)) & (f(a) \downarrow \text{ かつ } g(f(a)) \downarrow \text{ のとき}) \\ \text{定義されない} & (f(a) \downarrow \text{ かつ } g(f(a)) \uparrow \text{ のとき}) \\ \text{定義されない} & (f(a) \uparrow \text{ のとき}). \end{cases}$$

この定義の下で, 任意の集合 A, B, C, D と任意の 3 つの部分関数 $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$, $h: C \rightarrow D$ に対して,

$$(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$$

は成り立つだろうか. 成り立つ場合はそれを証明し, 成り立たない場合は反例を挙げよ.