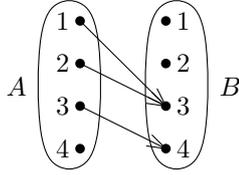


提出締切：2020年10月8日 13:00

復習問題 1.1 次の図のように定義される部分関数  $f: A \rightarrow B$  の定義域は何か？ その要素をすべて並べることで示せ。



補足問題 1.2 任意の集合  $A, B$  と任意の部分関数  $f: A \rightarrow B$  を考える. 部分関数  $f$  が (全域) 関数であるとき, そのときに限り,  $\text{dom}(f) = A$  であることを証明せよ.

追加問題 1.3 集合  $A, B, C$  と 2 つの部分関数  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  に対して, 部分関数の合成  $g \circ f: A \rightarrow C$  を以下のように定義する. すなわち, 任意の  $a \in A$  に対して,

$$(g \circ f)(a) = \begin{cases} g(f(a)) & (f(a) \downarrow \text{かつ } g(f(a)) \downarrow \text{ のとき}) \\ \text{定義されない} & (f(a) \downarrow \text{かつ } g(f(a)) \uparrow \text{ のとき}) \\ \text{定義されない} & (f(a) \uparrow \text{ のとき}). \end{cases}$$

この定義の下で, 任意の集合  $A, B, C, D$  と任意の 3 つの部分関数  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$ ,  $h: C \rightarrow D$  に対して,

$$(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$$

は成り立つだろうか. 成り立つ場合はそれを証明し, 成り立たない場合は反例を挙げよ.