

アンダースタンディング・コンピューテーション 第5章  
チューリングマシン

岡本 吉央  
okamotoy@uec.ac.jp

電気通信大学

2019年7月26日

最終更新：2019年10月11日 11:38

- |   |                |      |
|---|----------------|------|
| 2 | プログラム意味論       | (5月) |
| 3 | 有限オートマトン       | (6月) |
| 4 | プッシュダウン・オートマトン | (7月) |
| 5 | チューリングマシン      | (7月) |
| 6 | ラムダ計算          |      |
| 7 | 万能性            |      |
| 8 | 決定可能性          |      |
| 9 | 抽象解釈／静的意味論     |      |

## 今からやること

「プログラムを実行できる機械」を設計する

- ▶ ⇨ チューリングマシン

## 復習

前回まで：単純な計算モデル ⇨ できることに大きな制限がある

- ▶ 有限オートマトン
- ▶ プッシュダウン・オートマトン

16歳のチューリング



[https://en.wikipedia.org/wiki/Alan\\_Turing](https://en.wikipedia.org/wiki/Alan_Turing)

## 「コンピュータ」とは？

昔：コンピュータ = 計算手

[https://en.wikipedia.org/wiki/Computer\\_\(job\\_description\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Computer_(job_description))

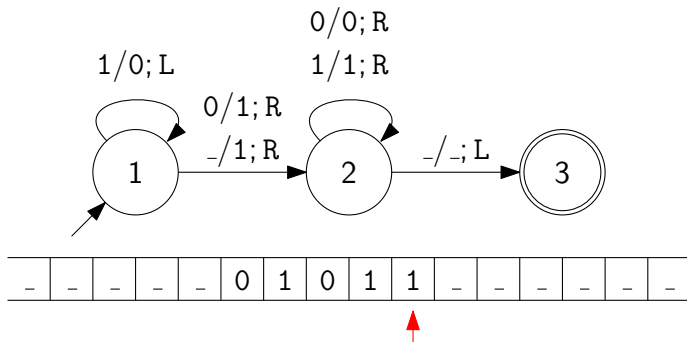


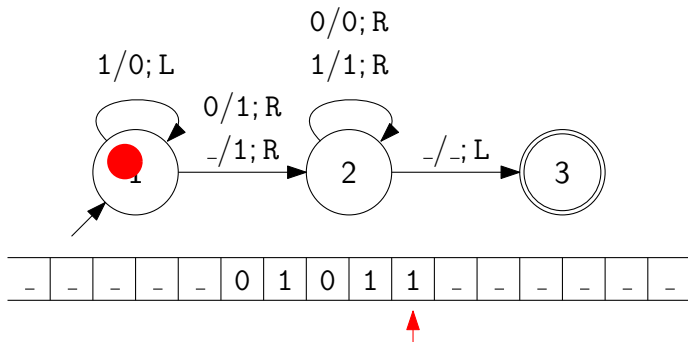
今：コンピュータ = 計算機

チューリングの考えたこと

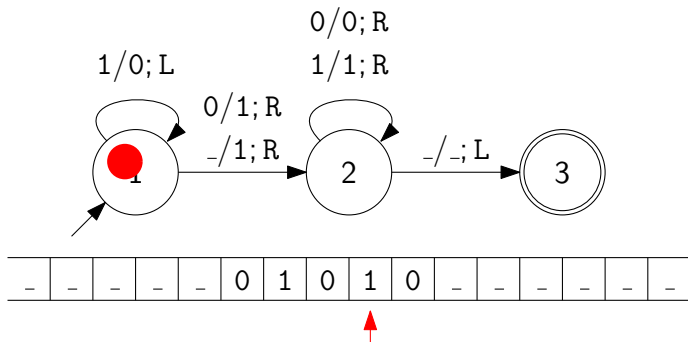
「計算手」の行うことを明らかにし、それを完全に機械で実行する

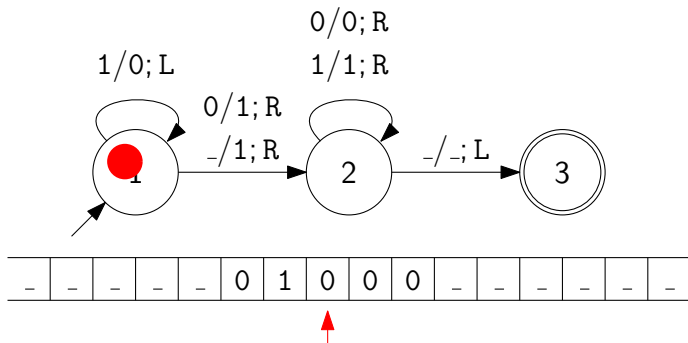
- ① チューリングマシン
- ② チャーチ=チューリングのテーゼ
- ③ 万能チューリングマシン
- ④ 個人プロジェクト案の例

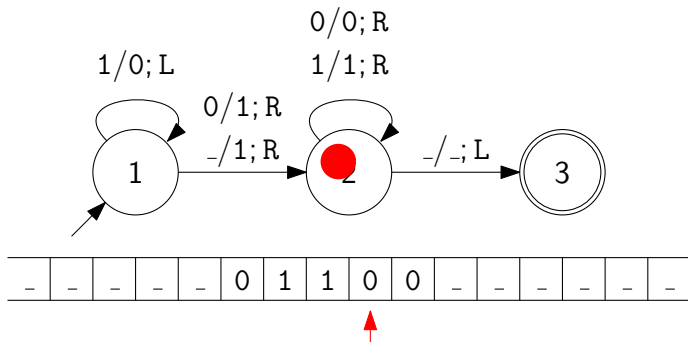


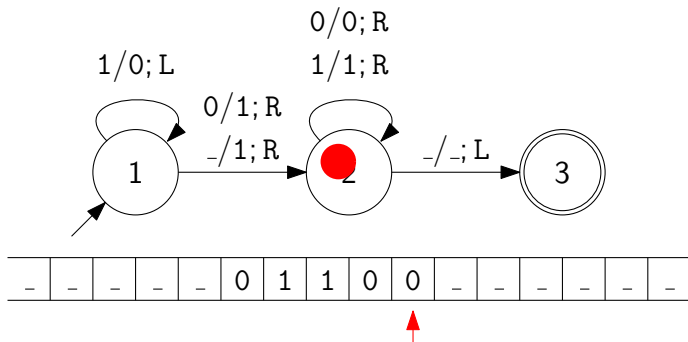


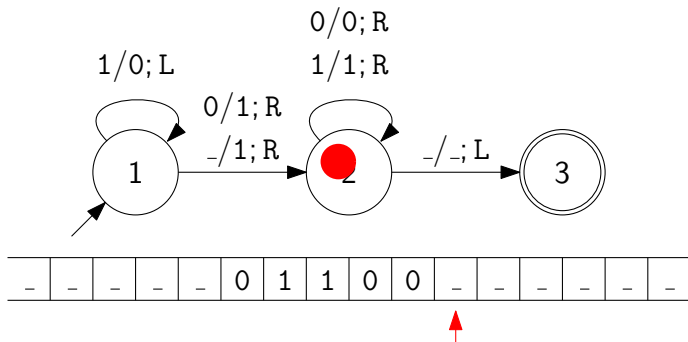


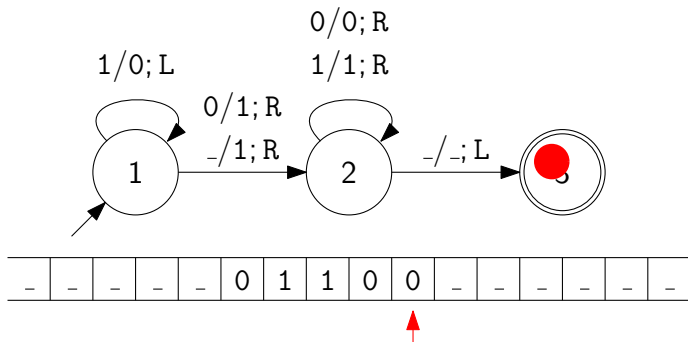


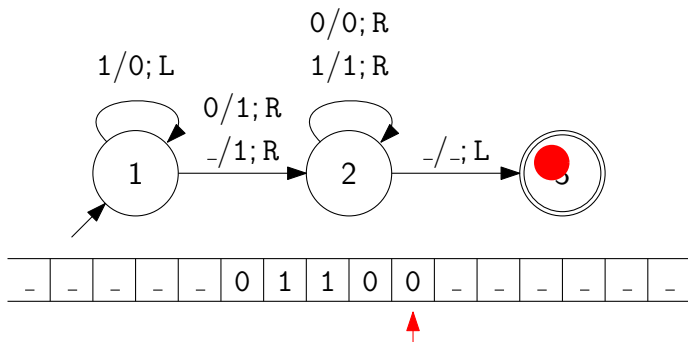












- ▶ 受理状態に到達したら，停止する
- ▶ 停止したとき，テープの内容を出力と見なす

- ① チューリングマシン
- ② チャーチ=チューリングのテーゼ
- ③ 万能チューリングマシン
- ④ 個人プロジェクト案の例



### 決定性チューリングマシンの持つ計算能力は完全

決定性チューリングマシンを次のように拡張しても、  
計算能力は変わらない

- ▶ 「非決定性」を付け加える
- ▶ 「内部ストレージ」を付け加える
- ▶ テープの数を「複数」にする
- ▶ テープを「多次元」にする

チャーチ=チューリングのテーゼ (定立, 提唱)

計算可能

=

チューリングマシンで実現可能

- ▶ チューリング: 「チューリングマシン」を通して「計算」を研究
- ▶ チャーチ: 「ラムダ計算」を通して「計算」を研究

「ラムダ計算」は第6章の内容

- ① チューリングマシン
- ② チャーチ=チューリングのテーゼ
- ③ 万能チューリングマシン
- ④ 個人プロジェクト案の例

次の性質は、チューリングマシンを有用にするものとして、本質的

### 万能チューリングマシンの存在

任意のチューリングマシン  $M$  と任意のテープ  $\sigma$  を入力として与えて、 $M$  に  $\sigma$  を入力としたときの出力を出力するチューリングマシンが存在

そのようなチューリングマシンを

万能チューリングマシン (universal Turing machine) と呼ぶ

TM 1

TM 2

TM 3

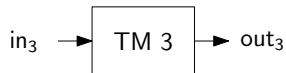
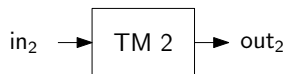
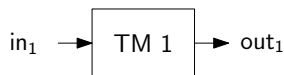
次の性質は、チューリングマシンを有用にするものとして、本質的

## 万能チューリングマシンの存在

任意のチューリングマシン  $M$  と任意のテープ  $\sigma$  を入力として与えて、 $M$  に  $\sigma$  を入力としたときの出力を出力するチューリングマシンが存在

そのようなチューリングマシンを

万能チューリングマシン (universal Turing machine) と呼ぶ



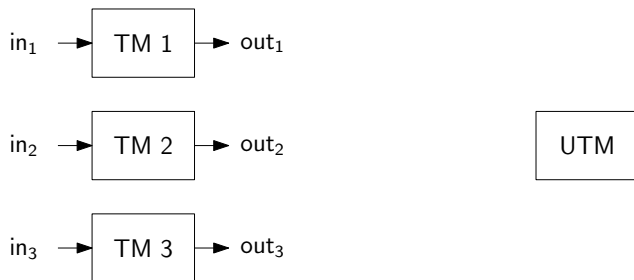
次の性質は、チューリングマシンを有用にするものとして、本質的

## 万能チューリングマシンの存在

任意のチューリングマシン  $M$  と任意のテープ  $\sigma$  を入力として与えて、 $M$  に  $\sigma$  を入力としたときの出力を出力するチューリングマシンが存在

そのようなチューリングマシンを

万能チューリングマシン (universal Turing machine) と呼ぶ



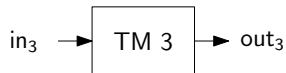
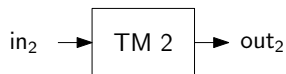
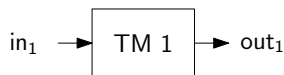
次の性質は、チューリングマシンを有用にするものとして、本質的

## 万能チューリングマシンの存在

任意のチューリングマシン  $M$  と任意のテープ  $\sigma$  を入力として与えて、 $M$  に  $\sigma$  を入力としたときの出力を出力するチューリングマシンが存在

そのようなチューリングマシンを

万能チューリングマシン (universal Turing machine) と呼ぶ



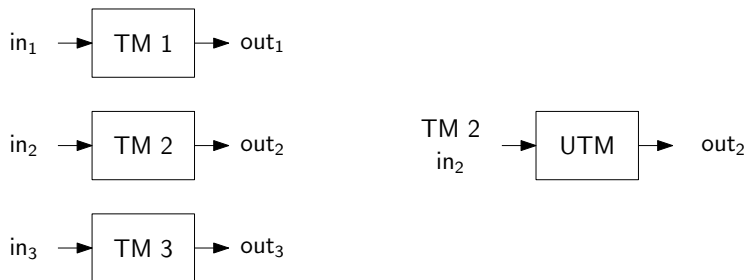
次の性質は、チューリングマシンを有用にするものとして、本質的

## 万能チューリングマシンの存在

任意のチューリングマシン  $M$  と任意のテープ  $\sigma$  を入力として与えて、 $M$  に  $\sigma$  を入力としたときの出力を出力するチューリングマシンが存在

そのようなチューリングマシンを

万能チューリングマシン (universal Turing machine) と呼ぶ





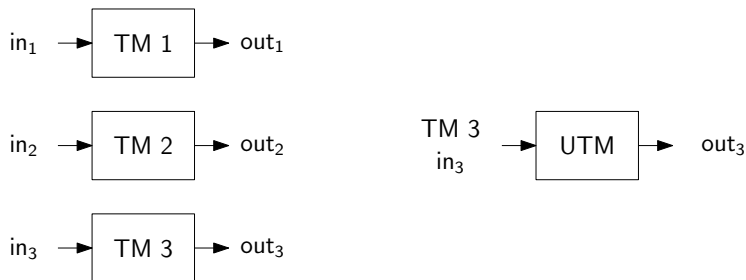
次の性質は、チューリングマシンを有用にするものとして、本質的

## 万能チューリングマシンの存在

任意のチューリングマシン  $M$  と任意のテープ  $\sigma$  を入力として与えて、 $M$  に  $\sigma$  を入力としたときの出力を出力するチューリングマシンが存在

そのようなチューリングマシンを

万能チューリングマシン (universal Turing machine) と呼ぶ



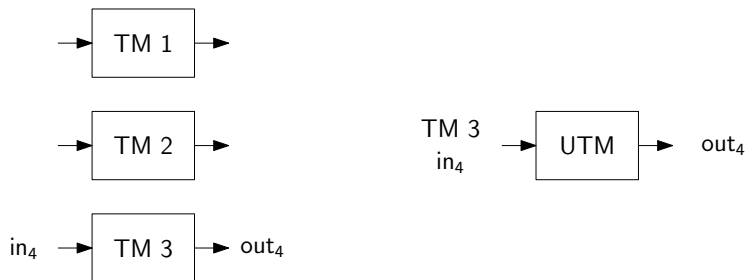
次の性質は、チューリングマシンを有用にするものとして、本質的

## 万能チューリングマシンの存在

任意のチューリングマシン  $M$  と任意のテープ  $\sigma$  を入力として与えて、 $M$  に  $\sigma$  を入力としたときの出力を出力するチューリングマシンが存在

そのようなチューリングマシンを

万能チューリングマシン (universal Turing machine) と呼ぶ





current state  
and symbol

description of TM 1

in<sub>1</sub>

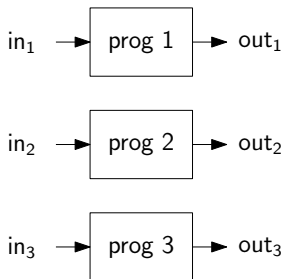
チューリングの「万能チューリングマシン」は  
フォン・ノイマンらの「プログラム内蔵方式」を触発した  
(と言われている)

prog 1

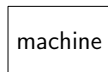
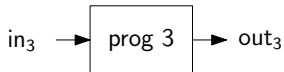
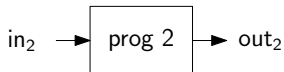
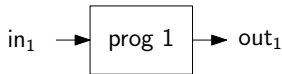
prog 2

prog 3

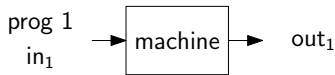
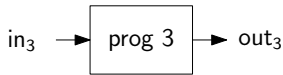
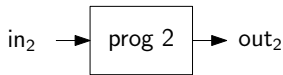
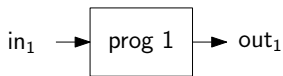
チューリングの「万能チューリングマシン」は  
フォン・ノイマンらの「プログラム内蔵方式」を触発した  
(と言われている)



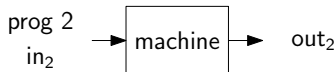
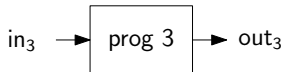
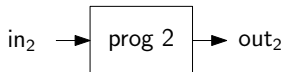
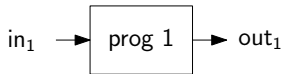
チューリングの「万能チューリングマシン」は  
フォン・ノイマンらの「プログラム内蔵方式」を触発した  
(とされている)



チューリングの「万能チューリングマシン」は  
フォン・ノイマンらの「プログラム内蔵方式」を触発した  
(とされている)

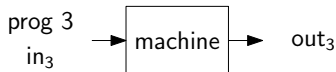
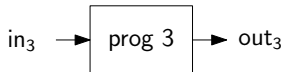
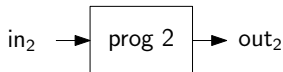
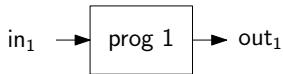


チューリングの「万能チューリングマシン」は  
フォン・ノイマンらの「プログラム内蔵方式」を触発した  
(と言われている)

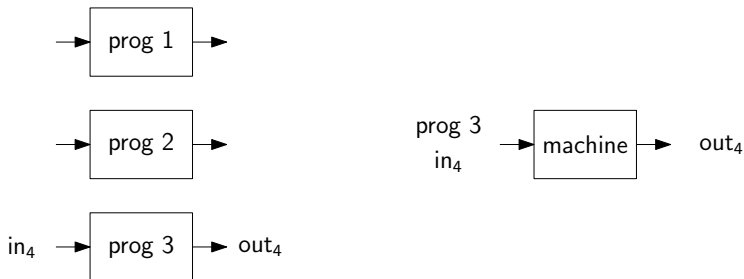




チューリングの「万能チューリングマシン」は  
フォン・ノイマンらの「プログラム内蔵方式」を触発した  
(とされている)



チューリングの「万能チューリングマシン」は  
フォン・ノイマンらの「プログラム内蔵方式」を触発した  
(とされている)



- ① チューリングマシン
- ② チャーチ=チューリングのテーゼ
- ③ 万能チューリングマシン
- ④ 個人プロジェクト案の例

- ▶ 2進数で表された1つの正の自然数を入力として、それをデクリメントした(1だけ減らした)数を入力するようなチューリングマシンを設計する
- ▶ 入力に対して、状態とテープの変化を追い、到達した状態とテープの内容を画面に逐一出力するメソッド trace を実装する
- ▶ 2進数で表された2つの正の自然数を入力として、それらの加算を行うチューリングマシンを設計する
- ▶ 非決定性チューリングマシンを実装してみる
- ▶ 万能チューリングマシンを調べて、実装してみる