

## 1 レポート課題

次の3問にすべて答えよ。

### 問 1

次の論文の Theorem 4 を参照して、以下の問いに答えよ。(論文のコピーは、講義 web ページより入手可能である。)

- David Lichtenstein, Planar Formulae and Their Uses. SIAM J. Comput. 11 (1982) pp. 329–343.

この定理の証明において、 $B$  は平面的 3-CNF 論理式である。

(問 1-1). 次の平面的 3-CNF 論理式を  $B$  とするとき、Theorem 4 の証明で構成される有向グラフ  $H(B)$  が何になるか。辺交差を持たないように、その有向グラフを描いてみよ。

$$B = (x_1 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_4) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee x_4).$$

(問 1-2). 小問 1 で描いた有向グラフにハミルトン閉路は存在するか? 存在するならば、ハミルトン閉路を提示せよ。存在しないならば、存在しない理由を説明せよ。

(問 1-3). 充足可能でない平面的 3-CNF 論理式を 1 つ構成せよ。そして、その論理式が充足可能でないことを証明せよ。

(問 1-4). 小問 3 で構成した平面的 3-CNF 論理式を  $B$  とするとき、Theorem 4 の証明で構成される有向グラフ  $H(B)$  が何になるか。辺交差を持たないように、その有向グラフを描いてみよ。

### 問 2

平面上の次の 4 点  $A, B, C, D$  を考える。ただし、 $n$  は正の整数である。

$$A = (0, 0), \quad B = (2^n, 2^n), \quad C = (2^n + 1, 2^n), \quad D = (1, 0).$$

以下の問いに答えよ。

(問 2-1). この 4 点を  $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$  の順に通る巡回路を  $S$ ,  $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$  の順に通る巡回路を  $T$  とするとき、ユークリッド距離の下で  $S$  と  $T$  のどちらがより長い? 答えよ。

(問 2-2). 小問 1 の巡回路  $S$  と  $T$  に対して、ユークリッド距離におけるそれらの長さを浮動小数点数を用いてプログラムで計算するとする。このとき、 $S$  の長さ  $S$  と  $T$  の長さ  $T$  が同じになってしまう  $n$  を定めよ。なお、この問いの答えは用いるプログラミング言語やハードウェア、そして、プログラム自体に依存する可能性があるため、そのような詳細も記述すること。

### 問 3

アルファベット  $\Sigma$  上の文字列で、長さが  $n$  であるもの  $s, t \in \Sigma^n$  を考える。ただし、 $n$  は正の整数である。以下の問いに答えよ。

(問 3-1) 文字列  $s, t$  の Levenshtein 距離 (編集距離) は  $s, t$  の Hamming 距離以下であることを証明せよ。

(問 3-2) 文字列  $s, t$  の最長共通部分列の長さを  $l$  とする。このとき、 $s, t$  の Levenshtein 距離 (編集距離) は  $n - l$  の 2 倍以下であることを証明せよ。

## 2 提出法，形式，採点基準 など

- 提出締切は 2 月 12 日 (水) 23:59 JST.
- 提出法は電子メールにて PDF ファイル を送付する. 表題 (Subject) に「Report-2」という文字列を含めること. 受け取った場合には, 2 営業日以内に返信する. (返信が無い場合に, 同じメールアドレスから送信を繰り返すことは得策ではないと思う. UEC メールから送信することを推奨する.)
- 提出先は 岡本 (okamotoy@uec.ac.jp). 提出メール中に, 学籍番号と氏名を必ず記載すること.
- 採点基準は, (1) 記述の正確さと厳密さ, (2) 日本語表現の適切さ, (3) 文章構成の良さ (図表の使用も含む) である. 期限を過ぎた提出は (特別な事情がない限り) 認められない. 50 点満点.
- 「(1) 記述の正確さと厳密さ」は, 証明や説明が過不足なく記述されているか, そして, それが数学的・論理的に正しいか, ということの意味する. 「(2) 日本語表現の適切さ」は, 証明や説明の記述における言語が注意深く用いられているか, ということの意味する. 「(3) 文章構成の良さ (図表の使用も含む)」は, 証明や説明が分かりやすい構造を成しているか, ということの意味し, これには文書作成ソフトウェア, 図表作成ソフトウェアの適切な使用方法も含まれる.
- 不正行為については, 学修要覧を参照すること. 一方で, 他の履修登録生 (受講生) と相談したり, 文献を調べることは大いに推奨する. その際は, レポート内で (例えば, 末尾や冒頭で), 相談者や参考文献を必ず記載すること. その記述が無い場合は, 不正行為が疑われるかもしれない.