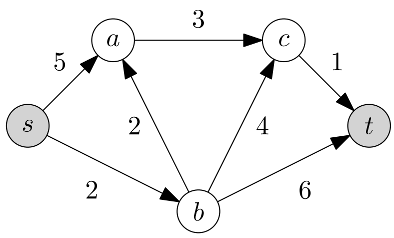
10:40–12:10．携帯電話，タブレット等は**電源を切って**カバンの中にしまうこと．使用可能な解答用紙は 1 枚のみ．
採点終了次第，講義 web ページにて，得点分布，講評などを掲載する．
採点結果を知りたい場合は，解答用紙右上「評点」欄の中に 5 文字程度の適当なランダム文字列を記載のこと (その文字列は控えておくように)．
採点終了後，そのランダム文字列と得点の対応表を公開する．

問題 1 次の有向グラフにおいて，s から t へ至る最大流を 1 つ見つけよ．また，それが最大流であることを証明せよ．



各弧の横に添えられている数はその弧の容量を表す．

問題 2 染色数が k である任意の無向グラフの辺数は $k(k-1)/2$ 以上であることを証明せよ．

問題 3 各面が正五角形か正六角形であるような 3 次元凸多面体において，正五角形である面の数が必ず 12 になることを証明せよ．(ヒント：3 次元凸多面体のグラフが平面的であるという事実を用いてもよい．まず，各頂点の次数が 3 であることを証明せよ．)

問題 4 二部グラフ $G = (V, E)$ を考える．ただし，V は部集合 A, B へ分割されるものとする．任意の $u \in A$ に対して，$\deg_G(u) \geq 1$ であり，任意の $u \in A$ と $v \in B$ に対して，$\{u, v\} \in E$ ならば，$\deg_G(u) \geq \deg_G(v)$ が成り立つと仮定する．このとき，G が A の頂点をすべて飽和するマッチングを持つことを証明せよ．(ただし，$\deg_G(u)$ は G における u の次数を表すものとする．)

以上