

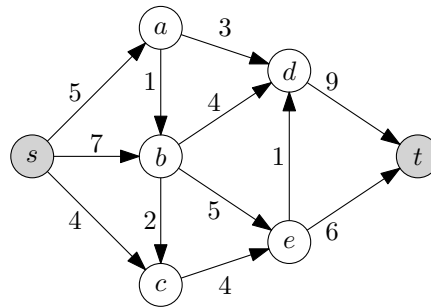
10:40-12:10. 携帯電話, タブレット等は電源を切ってカバンの中にする。使用可能な解答用紙は1枚のみ。

採点終了次第, 講義 web ページにて, 得点分布, 講評などを掲載する。

採点結果を知りたい場合は, 解答用紙右上「評点」欄の中に5文字程度の適当なランダム文字列を記載のこと(その文字列は控えておくように)。

採点終了後, そのランダム文字列と得点の対応表を公開する。

問題 1 次の有向グラフにおいて, s から t へ至る最大流を1つ見つけよ。また, それが最大流であることを証明せよ。



各弧の横に添えられている数はその弧の容量を表す。(注意: 増加道法を動かした様子を証明において記述する必要はない(記述しない方がよい)。それによって見つかった流れが最大流であることを証明するために, 弱双対性を利用せよ。)

問題 2

1. 頂点数5の無向グラフで, どの頂点の次数も3であるものは存在するか? (理由も述べよ。)
2. 頂点数6の無向グラフで, どの頂点の次数も3であるものは存在するか? (理由も述べよ。)

問題 3 すべての頂点の次数が2以上であるような無向グラフで, 完全マッチングをちょうど1つしか持たないものを構成せよ。(なぜ, 完全マッチングをちょうど1つしか持たないのか, 説明をせよ。)

問題 4 木 $G = (V, E)$ を考える。 G の最大次数 $\Delta(G)$ が $\Delta(G) \geq 2$ を満たすとき, G における葉の数が $\Delta(G)$ 以上となることを証明せよ。(ヒント: 最大性論法をどのように用いるのか, 工夫してみよ。)