

提出締切：2017年5月8日 講義終了時

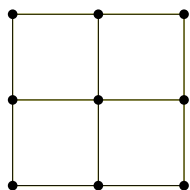
復習問題 4.1 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ を考える. グラフ G の最大マッチングは G の極大マッチングであることを証明せよ.

復習問題 4.2 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ を考える. グラフ G に完全マッチング M が存在するとき, $|V| = 2|M|$ が成り立つことを証明せよ.

復習問題 4.3 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ と G の任意のマッチング $M \subseteq E$ を考える. グラフ G において M に関する増加道が存在しないとき, M が G の最大マッチングであることを証明せよ.

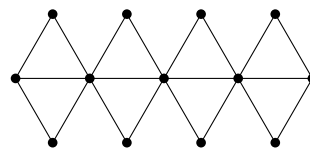
復習問題 4.4 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ を考える. このとき, G の任意のマッチング $M \subseteq E$ と任意の頂点被覆 $C \subseteq V$ に対して $|M| \leq |C|$ が成り立つことを証明せよ.

復習問題 4.5 次の無向グラフの最大マッチングを1つ見つけて, それが最大マッチングであることを証明せよ.

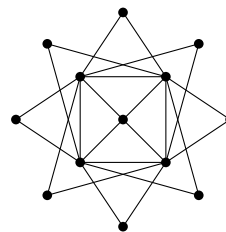


追加問題 4.11 無向グラフ $G = (V, E)$ が木であると仮定する. このとき, G の完全マッチングの個数は1か0であることを証明せよ.

追加問題 4.12 次の無向グラフの最大マッチングを1つ見つけて, それが最大マッチングであることを証明せよ.



追加問題 4.13 次の無向グラフの最大マッチングを1つ見つけて, それが最大マッチングであることを証明せよ.



補足問題 4.6 頂点数4の連結な無向グラフで, 完全マッチングを持たないものを構成せよ. (なぜ完全マッチングを持たないのか, 説明をせよ.)

補足問題 4.7 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ を考える. グラフ G に完全マッチングが存在するとき, それは G の最大マッチングであることを証明せよ.

補足問題 4.8 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ を考える. 辺部分集合 $M \subseteq E$ が G の最大マッチングであるとき, G において M に関する増加道が存在しないことを証明せよ.

追加問題 4.9 すべての頂点の次数が3であるような連結無向グラフで, 完全マッチングを持たないものを構成せよ. (なぜ完全マッチングを持たないのか, 説明をせよ.)

追加問題 4.10 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ の最大マッチング M_1 と極大マッチング M_2 を考える. このとき, $|M_1| \leq 2|M_2|$ が成り立つことを証明せよ. (ヒント: $M_1 \Delta M_2$ を考えよ.)