提出締切： 2017 年 1 月 20 日 講義終了時

注意：この講義における単項二階論理では，グラフの頂点部分集合と辺部分集合に対する量化を許している．(そうでない場合，いくつかの演習問題の解答が異なる可能性がある．)

復習問題 9.1 無向グラフ $G = (V, E)$ の独立集合とは，頂点部分集合 $I \subseteq V$ で，I のどの 2 頂点も隣接しないもののことである．

自由変数 X を用いて，「無向グラフ $G = (V, E)$ の頂点部分集合 X が G の独立集合である」という性質を単項二階論理式で表現せよ．

復習問題 9.2 無向グラフ $G = (V, E)$ の支配集合とは，頂点部分集合 $D \subseteq V$ で，任意の $V - D$ の頂点 u が D に隣接頂点をもつもののことである．

自由変数 X を用いて，「無向グラフ $G = (V, E)$ の頂点部分集合 X が G の支配集合である」という性質を単項二階論理式で表現せよ．

復習問題 9.3 無向グラフ $G = (V, E)$ が連結であるとは，任意の 2 頂点 $u, v \in V$ に対して，u から v へ至る道が G に存在することである．

「無向グラフ $G = (V, E)$ が連結である」という性質を単項二階論理式で表現せよ．

復習問題 9.4 無向グラフ $G = (V, E)$ のハミルトン閉路とは，G の全域部分閉路のことである．

「無向グラフ $G = (V, E)$ がハミルトン閉路を持つ」という性質を単項二階論理式で表現せよ．

復習問題 9.5 無向グラフ $G = (V, E)$ が二部グラフであるとは，すべての辺 $e \in E$ 似た指定，その一端点は A にありもう一方の端点が B にあるような頂点集合の分割 $\{A, B\}$ が存在することである．

「無向グラフ $G = (V, E)$ が二部グラフである」という性質を単項二階論理式で表現せよ．

復習問題 9.6 無向グラフ $G = (V, E)$ のマッチングとは，辺部分集合 $M \subseteq E$ で，M のどの 2 辺も端点を共有しないもののことである．

自由変数 M を用いて，「無向グラフ $G = (V, E)$ の辺部分集合 M が G のマッチングである」という性質を単項二階論理式で表現せよ．

追加問題 9.7 無向グラフ $G = (V, E)$ の全支配集合とは，頂点部分集合 $D \subseteq V$ で，任意の V の頂点 u が D に隣接頂点をもつもののことである．

自由変数 X を用いて，「無向グラフ $G = (V, E)$ の頂点部分集合 X が G の全支配集合である」という性質を単項二階論理式で表現せよ．

追加問題 9.8 無向グラフ $G = (V, E)$ の 3 彩色 (3-coloring) とは，頂点集合の分割 $A, B, C \subseteq V$ (ただし，A, B, C は互いに素であり，$A \cup B \cup C = V$) で，誘導部分グラフ $G[A], G[B], G[C]$ がどれも辺を持たないもののことである．

「無向グラフ $G = (V, E)$ が 3 彩色を持つ」という性質を単項二階論理式で表現せよ．

追加問題 9.9 無向グラフ $G = (V, E)$ の完全マッチング (perfect matching) とは，G の全域部分グラフで，各頂点の次数が 1 であるもののことである．

自由変数 M を用いて，「無向グラフ $G = (V, E)$ の辺部分集合 M が G の完全マッチングである」という性質を単項二階論理式で表現せよ．

追加問題 9.10 無向グラフ $G = (V, E)$ のハミルトン道とは，G の全域部分道のことである．

「無向グラフ $G = (V, E)$ がハミルトン道を持つ」という性質を単項二階論理式で表現せよ．

追加問題 (発展) 9.11 無向グラフ $G = (V, E)$ が木であるとは，G が連結であり，閉路を含まないことである．

「無向グラフ $G = (V, E)$ が木である」という性質を単項二階論理式で表現せよ．