離散最適化基礎論 (4)	**2016 年 11 月 4 日**
演習問題	岡本 吉央

提出締切： 2016 年 11 月 18 日 講義終了時

復習問題 4.1 無向グラフ $G = (V, E)$ の独立集合とは，頂点部分集合 $I \subseteq V$ で，I のどの 2 頂点も隣接しないもののことである．

無向グラフ $G = (V, E)$ と G の素敵な道分解 $\mathcal{P}$ が与えられたとき，G の最大独立集合の要素数を計算する $O(c^{\mathtt{pw}(\mathcal{P})}|V|)$ 時間アルゴリズムを設計せよ．ただし，$\mathtt{pw}(\mathcal{P})$ は $\mathcal{P}$ の幅であり，c は定数である．なぜ，その計算量になるのかも説明せよ．

復習問題 4.2 無向グラフ $G = (V, E)$ の支配集合とは，頂点部分集合 $D \subseteq V$ で，任意の $V - D$ の頂点 u が D に隣接頂点をもつもののことである．

無向グラフ $G = (V, E)$ と G の素敵な道分解 $\mathcal{P}$ が与えられたとき，G の最小支配集合の要素数を計算する $O(c^{\mathtt{pw}(\mathcal{P})}|V|)$ 時間アルゴリズムを設計せよ．ただし，$\mathtt{pw}(\mathcal{P})$ は $\mathcal{P}$ の幅であり，c は定数である．なぜ，その計算量になるのかも説明せよ．

追加問題 4.3 無向グラフ $G = (V, E)$ の全支配集合 (total dominating set) とは，頂点部分集合 $D \subseteq V$ で，任意の V の頂点 u が D に隣接頂点をもつもののことである．

無向グラフ $G = (V, E)$ と G の素敵な道分解 $\mathcal{P}$ が与えられたとき，G の最小全支配集合の要素数を計算する $O(c^{\mathtt{pw}(\mathcal{P})}|V|)$ 時間アルゴリズムを設計せよ．ただし，$\mathtt{pw}(\mathcal{P})$ は $\mathcal{P}$ の幅であり，c は定数である．なぜ，その計算量になるのかも説明せよ．

追加問題 4.4 無向グラフ $G = (V, E)$ の 3 彩色 (3-coloring) とは，頂点集合の分割 $A, B, C \subseteq V$ (ただし，A, B, C は互いに素であり，$A \cup B \cup C = V$) で，誘導部分グラフ $G[A], G[B], G[C]$ がどれも辺を持たないもののことである．

無向グラフ $G = (V, E)$ と G の素敵な道分解 $\mathcal{P}$ が与えられたとき，G の 3 彩色が存在するか判定する $O(c^{\mathtt{pw}(\mathcal{P})}|V|)$ 時間アルゴリズムを設計せよ．ただし，$\mathtt{pw}(\mathcal{P})$ は $\mathcal{P}$ の幅であり，c は定数である．なぜ，その計算量になるのかも説明せよ．