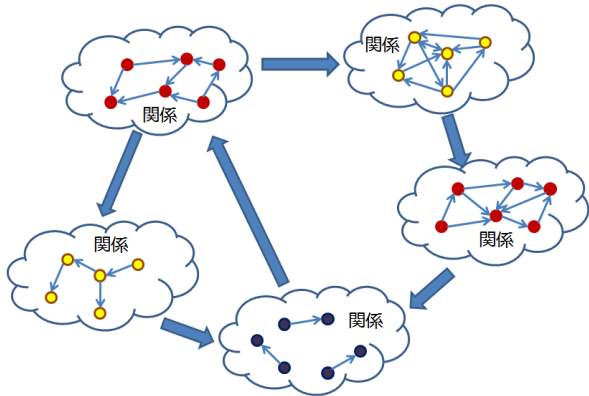


スケジュール 後半 (予定)

- 8 写像 (1) : 像と逆像 (12月 19日)
- 9 写像 (2) : 全射と単射 (1月 16日)
- 10 関係 (1) : 関係 (1月 23日)
- 11 関係 (2) : 同値関係 (1月 30日)
- 12 関係 (3) : 順序関係 (2月 6日)
- 13 証明法 (4) : 数学的帰納法 (2月 8日)
- 14 集合と論理 (5) : 集合の再帰的定義 (2月 13日)
- 期末試験 (2月 20日?)

注意 : 予定の変更もありうる

ここまでのまとめ と ここからの話



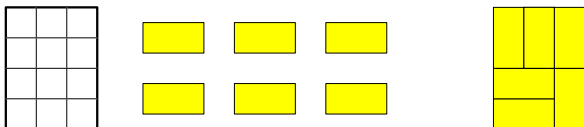
関係 : 集合の「構造」を見るための道具

タイル張り

問題

4×3 の長方形の中に 2×1 の長方形を 6 個敷き詰める方法は全部で何通りあるか?

2×1 の長方形は回転させてもよい



スケジュール 前半

- 1 集合と論理 (1) : 命題論理 (10月 3日)
- 体育の日 (10月 10日)
- 2 集合と論理 (2) : 集合と論理の対応 (10月 17日)
- 3 集合と論理 (3) : 述語論理 (10月 24日)
- 4 証明法 (1) : \exists と \forall を含む命題の証明 (10月 31日)
- 休講 (11月 7日)
- 5 証明法 (2) : 含意を含む命題の証明 (11月 14日)
- 6 証明法 (3) : 集合に関する証明 (11月 21日)
- 調布祭片付け (11月 28日)
- 7 集合と論理 (4) : 直積と冪集合 (12月 5日)
- 中間試験 (12月 12日)

今日の概要

この講義の目標

- ▶ 語学としての数学, コミュニケーションとしての数学

今日の目標

- ▶ 関係を理解する
- ▶ 関係の性質を理解し, それらを持つかどうか判定できる
 - ▶ 反射性, 完全性, 対称性, 反対称性, 推移性
- ▶ 特殊な関係を理解し, それらの例を挙げられる
 - ▶ 順序 (半順序), 全順序, 同値関係

関係 : 集合の「構造」を見るための道具

目次

- 1 関係 : 集合の「構造」を見るための道具
- 2 関係
- 3 関係の性質
- 4 順序と同値関係
- 5 今日のまとめ

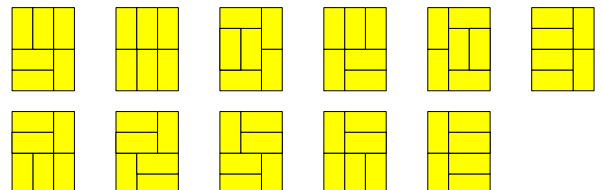
関係 : 集合の「構造」を見るための道具

タイル張り

問題

4×3 の長方形の中に 2×1 の長方形を 6 個敷き詰める方法は全部で何通りあるか?

答え : 11 個

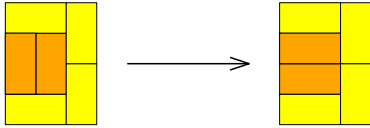


疑問

どうやって見つける? ~> 頑張ってみよう?

タイル張り：局所変更

- ▶ タイル張りにおいて、 2×1 の長方形2個によって 2×2 の正方形が作られている部分があるとする
- ▶ その2つの長方形の向きを変えると、別のタイル張りが得られる

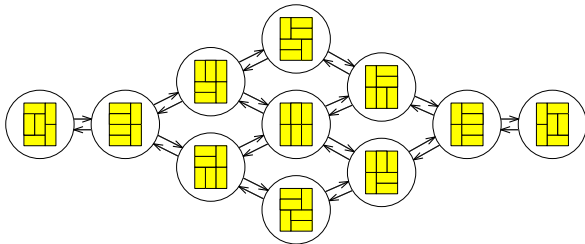


2つのタイル張りは、この局所変更によって移りあう、という**関係**を持っている

タイル張り：局所変更

知られていること (証明はしない)

この局所変更を繰り返していくと、全てのタイル張りが得られる



格言

集合の構造を調べて、集合の性質を深く理解する

関係とは？

集合 A

関係とは？ (常識に基づく定義)

A 上の**関係**は次のように定められるもの

- ▶ 関係を表す記号「 R 」がある (例えば、 \leq や $=$ や \subseteq)
- ▶ 任意の $x, y \in A$ に対して「 $x R y$ 」が成り立つか成り立たないか、のどちらか

注： $x R y$ が成り立っても、 $y R x$ が成り立つとは限らない

補足：整数の整除関係

\mathbb{Z}_+ = 1以上の整数をすべて集めた集合

整数の整除関係

整数 $x, y \in \mathbb{Z}_+$ に対して、

- ▶ ある $p \in \mathbb{Z}_+$ が存在して

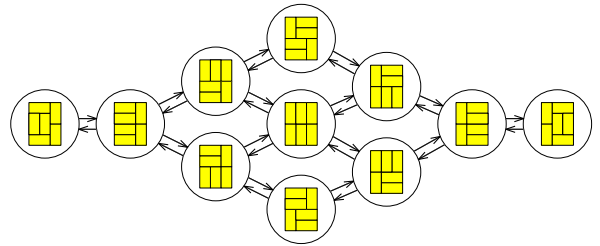
$$y = xp$$

と書けるとき、 x は y の約数であるという

タイル張り：局所変更

知られていること (証明はしない)

この局所変更を繰り返していくと、全てのタイル張りが得られる



つまり、可能な局所変更をすべて考えれば、11通りのタイル張りが得られ、他にはないことも分かる

目次

- ① 関係：集合の「構造」を見るための道具
- ② 関係
- ③ 関係の性質
- ④ 順序と同値関係
- ⑤ 今日のまとめ

例 1

例 1

- ▶ $A = \{1, 2, 3, 6\}$
- ▶ 任意の $x, y \in A$ に対して $x | y$ であることを x は y の約数であると定義する

集合 A 上の「 $|$ 」という関係

▶ 1 1	○	▶ 2 1	×	▶ 3 1	×	▶ 6 1	×
▶ 1 2	○	▶ 2 2	○	▶ 3 2	×	▶ 6 2	×
▶ 1 3	○	▶ 2 3	×	▶ 3 3	○	▶ 6 3	×
▶ 1 6	○	▶ 2 6	○	▶ 3 6	○	▶ 6 6	○

関係の表現法 (1)：写像

写像としての関係の表現

A 上の関係 R を写像 $A^2 \rightarrow \{0, 1\}$,

$$(x, y) \mapsto \begin{cases} 1 & (x R y \text{ のとき}) \\ 0 & (x R y \text{ ではないとき}) \end{cases}$$

で表現する

例 1 の場合

▶ (1, 1) \mapsto ○	▶ (2, 1) \mapsto ×	▶ (3, 1) \mapsto ×	▶ (6, 1) \mapsto ×
▶ (1, 2) \mapsto ○	▶ (2, 2) \mapsto ○	▶ (3, 2) \mapsto ×	▶ (6, 2) \mapsto ×
▶ (1, 3) \mapsto ○	▶ (2, 3) \mapsto ×	▶ (3, 3) \mapsto ○	▶ (6, 3) \mapsto ×
▶ (1, 6) \mapsto ○	▶ (2, 6) \mapsto ○	▶ (3, 6) \mapsto ○	▶ (6, 6) \mapsto ○

集合としての関係の表現

A 上の関係 R を直積の部分集合 $\{(x, y) \mid x \in A \text{ かつ } y \in A \text{ かつ } x R y\} \subseteq A^2$ で表現する

例 1 の場合 $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 6), (2, 2), (2, 6), (3, 3), (3, 6), (6, 6)\}$

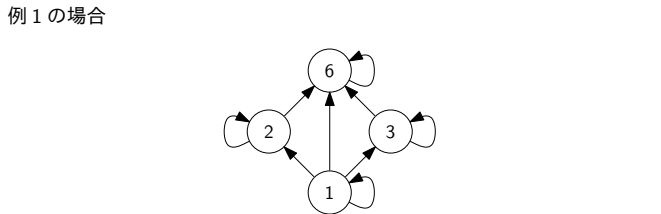
行列としての関係の表現

A 上の関係 R を行列 $M \in \{0, 1\}^{A \times A}$ で $M_{x,y} = \begin{cases} 1 & (x R y \text{ のとき}) \\ 0 & (x R y \text{ ではないとき}) \end{cases}$ と定義されるもので表現する (「関係行列」と呼ばれることがある)

例 1 の場合 $\begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 6 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$

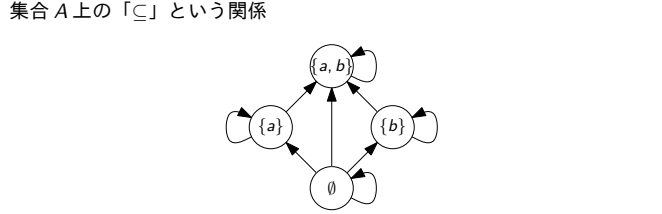
グラフとしての関係の表現

A 上の関係 R を
 ▶ 頂点集合を A として,
 ▶ $x R y$ であるとき, そのときに限り $x \rightarrow y$ という矢印を引く
 グラフで表現する



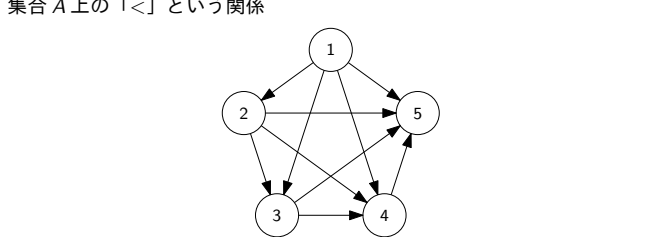
例 2

▶ $A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$
 ▶ 任意の $X, Y \in A$ に対して $X \subseteq Y$ であることを X は Y の部分集合であると定義する



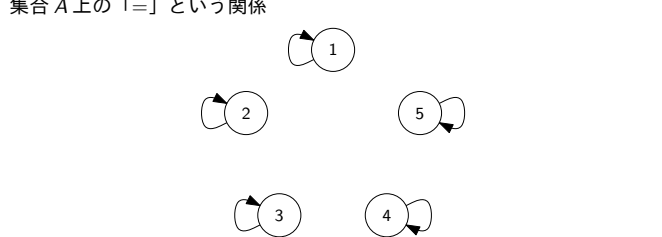
例 3

▶ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 ▶ 任意の $x, y \in A$ に対して $x < y$ であることを x は y より小さいと定義する



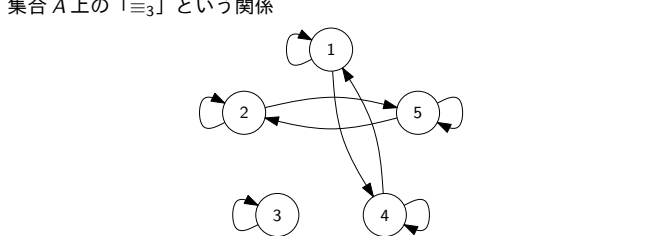
例 4

▶ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 ▶ 任意の $x, y \in A$ に対して $x = y$ であることを x は y と等しいと定義する



例 5

▶ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 ▶ 任意の $x, y \in A$ に対して $x \equiv_3 y$ であることを $x \equiv y \pmod{3}$ と定義する



合同な整数

0 以上の整数 m, n と 1 以上の整数 p を考える
 ▶ $m - n$ が p で割り切れるとき, すなわち, ある整数 q が存在して $m - n = pq$ と書けるとき, $m \equiv n \pmod{p}$ と表記する
 ▶ $m \equiv n \pmod{p}$ であるとき「 m と n は p を法として合同である」という

例 :
 ▶ 5 と 11 は 3 を法として合同である
 ▶ $\because 5 - 11 = -6 = 3 \cdot (-2)$
 ▶ 15869 と 6832 は 1291 を法として合同である
 ▶ $\because 15869 - 6832 = 9037 = 1291 \cdot 7$

- ① 関係：集合の「構造」を見るための道具
- ② 関係
- ③ 関係の性質
- ④ 順序と同値関係
- ⑤ 今日のまとめ

反射性

集合 A と A 上の関係 R

反射性とは？

R が **反射性** を持つとは、次を満たすこと
 任意の $x \in A$ に対して $x R x$

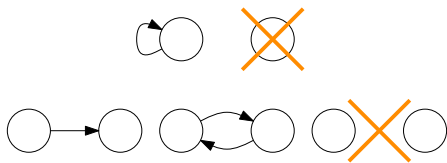


完全性

集合 A と A 上の関係 R

完全性とは？

R が **完全性** を持つとは、次を満たすこと
 任意の $x, y \in A$ に対して $x R y$ または $y R x$

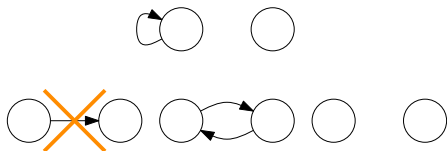


対称性

集合 A と A 上の関係 R

対称性とは？

R が **対称性** を持つとは、次を満たすこと
 任意の $x, y \in A$ に対して $x R y$ ならば $y R x$



関係の性質

関係を考えると何がよいのか？

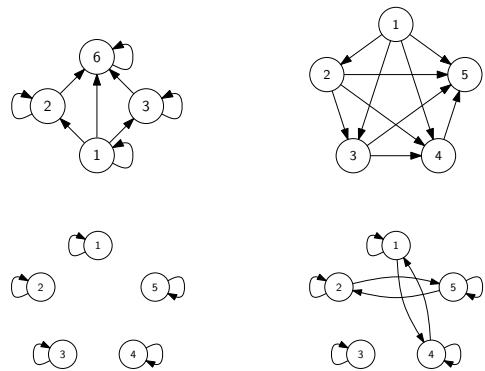
- ▶ 関係を使って、集合の持つ構造を捉えることができる
- ▶ 2つの集合の上のある関係が同じ性質を持つと、関係を使って、集合どうしを比較できるようになる

→ 関係の性質を考えたい

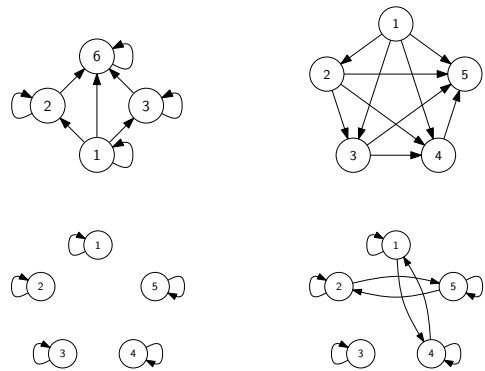
よく出てくる性質

- ▶ 反射性
- ▶ 完全性
- ▶ 対称性
- ▶ 反対称性
- ▶ 推移性

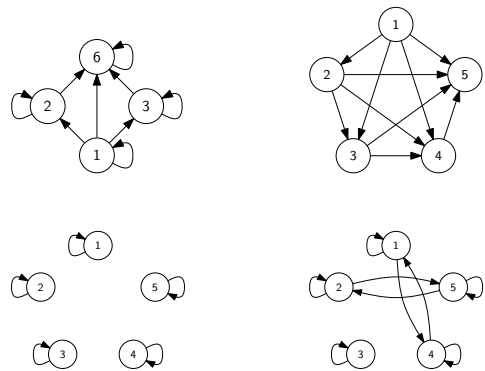
反射性を持つのはどれ？



完全性を持つのはどれ？



対称性を持つのはどれ？

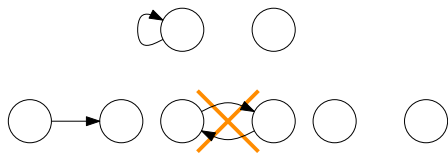


反対称性

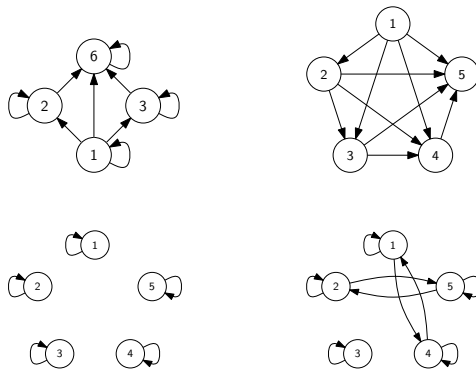
集合 A と A 上の関係 R

反対称性とは？

R が **反対称性** を持つとは、次を満たすこと
 任意の $x, y \in A$ に対して $x R y$ かつ $y R x$ ならば $x = y$



反対称性を持つのはどれ？

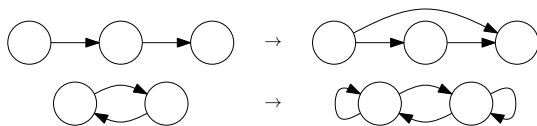


推移性

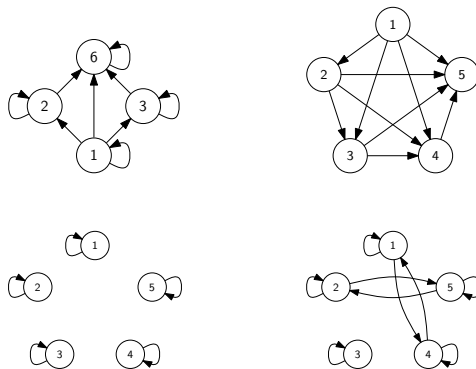
集合 A と A 上の関係 R

推移性とは？

R が **推移性** を持つとは、次を満たすこと
 任意の $x, y, z \in A$ に対して $x R y$ かつ $y R z$ ならば $x R z$



推移性を持つのはどれ？



目次

- ① 関係：集合の「構造」を見るための道具
- ② 関係
- ③ 関係の性質
- ④ 順序と同値関係
- ⑤ 今日のまとめ

代表的な半順序 (1)

代表的な半順序 (1)：実数の大小関係

\mathbb{R} 上の関係 \leq を、任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して
 $x \leq y$ であることは x が y 以下であること
 として定義する

今からやること

この関係 \leq が半順序であることを証明する

次の3つが成り立つことを確認すればよい

- ▶ 反射性
- ▶ 反対称性
- ▶ 推移性

半順序

集合 A と A 上の関係 R

半順序とは？

R が **半順序** であるとは、次を満たすこと

- ▶ R は反射性を持つ
- ▶ R は反対称性を持つ
- ▶ R は推移性を持つ

例 1~5 の中で、例 1, 2 は半順序

代表的な半順序 (1) 続き

代表的な半順序 (1)：実数の大小関係

\mathbb{R} 上の関係 \leq を、任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して
 $x \leq y$ であることは x が y 以下であること
 として定義する

反射性：定義に立ち戻って書き換えた

任意の $x \in \mathbb{R}$ に対して、 $x \leq x$

反対称性：定義に立ち戻って書き換えた

任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して、 $x \leq y$ かつ $y \leq x$ ならば $x = y$

推移性：定義に立ち戻って書き換えた

任意の $x, y, z \in \mathbb{R}$ に対して、 $x \leq y$ かつ $y \leq z$ ならば $x \leq z$

どれも当然成り立つ



代表的な半順序 (2)

代表的な半順序 (2) : 集合の包含関係

任意の集合 A の冪集合 2^A 上の関係 \subseteq を, 任意の $X, Y \in 2^A$ に対して $X \subseteq Y$ であることは X が Y の部分集合であることとして定義する

今からやること

この関係 \subseteq が半順序であることを証明する

次の3つが成り立つことを確認すればよい

- ▶ 反射性
- ▶ 反対称性
- ▶ 推移性

代表的な半順序 (2) 続き

代表的な半順序 (2) : 集合の包含関係

任意の集合 A の冪集合 2^A 上の関係 \subseteq を, 任意の $X, Y \in 2^A$ に対して $X \subseteq Y$ であることは X が Y の部分集合であることとして定義する

反射性: 定義に立ち戻って書き換えた

任意の $X \in 2^A$ に対して, $X \subseteq X$

反対称性: 定義に立ち戻って書き換えた (第6回講義スライド9ページ)

任意の $X, Y \in 2^A$ に対して, $X \subseteq Y$ かつ $Y \subseteq X$ ならば $X = Y$

推移性: 定義に立ち戻って書き換えた (第6回講義スライド26ページ)

任意の $X, Y, Z \in 2^A$ に対して, $X \subseteq Y$ かつ $Y \subseteq Z$ ならば $X \subseteq Z$

どれも成り立つことを既に確認した



代表的な半順序 (3)

代表的な半順序 (3) : 整数の整除関係

1 以上の整数全体の集合 \mathbb{Z}_+ 上の関係 $|$ を, 任意の $a, b \in \mathbb{Z}_+$ に対して $a | b$ であることは a が b の約数であることとして定義する

今からやること

この関係 $|$ が半順序であることを証明する

次の3つが成り立つことを確認すればよい

- ▶ 反射性
- ▶ 反対称性
- ▶ 推移性

代表的な半順序 (3) 続き

代表的な半順序 (3) : 整数の整除関係

1 以上の整数全体の集合 \mathbb{Z}_+ 上の関係 $|$ を, 任意の $a, b \in \mathbb{Z}_+$ に対して $a | b$ であることは a が b の約数であることとして定義する

反射性: 定義に立ち戻って書き換えた これが正しいことはすぐ分かる

任意の $a \in \mathbb{Z}_+$ に対して, $a | a$

反対称性: 定義に立ち戻って書き換えた

次のページで証明

任意の $a, b \in \mathbb{Z}_+$ に対して, $a | b$ かつ $b | a$ ならば $a = b$

推移性: 定義に立ち戻って書き換えた

後のページで確認

任意の $a, b, c \in \mathbb{Z}_+$ に対して, $a | b$ かつ $b | c$ ならば $a | c$

代表的な半順序 (3) : 反対称性の証明

証明すること

任意の $a, b \in \mathbb{Z}_+$ に対して, $a | b$ かつ $b | a$ ならば $a = b$

- ▶ $a, b \in \mathbb{Z}_+$ を任意に選び, $a | b$ と $b | a$ を仮定する.
- ▶ $a | b$ から, ある $p \in \mathbb{Z}_+$ が存在して, $b = ap$ (1)
- ▶ $b | a$ から, ある $q \in \mathbb{Z}_+$ が存在して, $a = bq$ (2)
- ▶ したがって, $b \stackrel{(1)}{=} ap \stackrel{(2)}{=} (bq)p = bqp$
- ▶ $p, q \in \mathbb{Z}_+$ なので, $p = 1, q = 1$
- ▶ $a = bq$ かつ $q = 1$ なので, $a = b$ □

「~ならば...である」という命題の証明法 (第5回講義より)

- 1 「~であると仮定する」で始め, 「したがって, ...である」で終わる
- 2 「~である」という性質を用いて, 「...である」を証明する

代表的な半順序 (3) : 推移性の証明

証明すること

任意の $a, b, c \in \mathbb{Z}_+$ に対して, $a | b$ かつ $b | c$ ならば $a | c$

- ▶ $a, b, c \in \mathbb{Z}_+$ を任意に選び, $a | b$ と $b | c$ を仮定する.
- ▶ $a | b$ から, ある $p \in \mathbb{Z}_+$ が存在して, $b = ap$ (1)
- ▶ $b | c$ から, ある $q \in \mathbb{Z}_+$ が存在して, $c = bq$ (2)
- ▶ $r = pq$ とする. (3)
- ▶ $p, q \in \mathbb{Z}_+$ なので, $r = pq \in \mathbb{Z}_+$
- ▶ また, $c \stackrel{(2)}{=} bq \stackrel{(1)}{=} (ap)q = a(pq) \stackrel{(3)}{=} ar$.
- ▶ したがって, ある $r \in \mathbb{Z}_+$ が存在して, $c = ar$
- ▶ したがって, $a | c$. □

「~が存在する」という命題の証明法 (第4回講義より)

- 1 存在する, といっているものを1つ見つけ, 「それを考える」と書く.
- 2 それが要求されている性質を満たすことを論じる (証明する).

全順序

集合 A と A 上の関係 R

全順序とは?

R が全順序であるとは, 次の満たすこと

- ▶ R は反射性を持つ
- ▶ R は反対称性を持つ
- ▶ R は推移性を持つ
- ▶ R は完全性を持つ

例 1~5 の中に, 全順序はない

- ▶ 注: 単に「順序」と言ったら, 普通は「半順序」のことを指す
- ▶ 注: 全順序のことを **線形順序** と呼ぶこともある

代表的な全順序

代表的な全順序: 実数の大小関係

\mathbb{R} 上の関係 \leq を, 任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して $x \leq y$ であることは x が y 以下であることとして定義する

今からやること

この関係 \leq が全順序であることを証明する

次の4つが成り立つことを確認すればよい

- ▶ 反射性, 反対称性, 推移性, 完全性
- 反射性, 反対称性, 推移性は既に確認した

完全性: 定義に立ち戻って書き換えた

任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して, $x \leq y$ か $y \leq x$

これも当然成り立つ



同値関係

集合 A と A 上の関係 R

同値関係とは？

R が同値関係であるとは、次を満たすこと

- ▶ R は反射性を持つ
- ▶ R は対称性を持つ
- ▶ R は推移性を持つ

例 1~5 の中で、同値関係は例 4, 5

代表的な同値関係 (1) 続き

代表的な同値関係 (1): 実数の相等関係

\mathbb{R} 上の関係 $=$ を、任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して

$$x = y \text{ であることは } x \text{ が } y \text{ と等しいこと}$$

として定義する

反射性: 定義に基づいて書き換えた

任意の $x \in \mathbb{R}$ に対して、 $x = x$

対称性: 定義に基づいて書き換えた

任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して、 $x = y$ ならば $y = x$

推移性: 定義に基づいて書き換えた

任意の $x, y, z \in \mathbb{R}$ に対して、 $x = y$ かつ $y = z$ ならば $x = z$

これらは当然成り立つ □

代表的な同値関係 (2) 続き

代表的な同値関係 (2): 整数の合同関係

1 以上の任意の整数 p に対して、

0 以上の整数全体の集合 \mathbb{N} 上の関係 \equiv_p を、任意の $m, n \in \mathbb{N}$ に対して

$$m \equiv_p n \text{ であることは } m \equiv n \pmod{p} \text{ が成り立つこと}$$

として定義する

反射性: 次のページで証明

任意の $n \in \mathbb{N}$ に対して、 $n \equiv_p n$

対称性: 後のページで証明

任意の $m, n \in \mathbb{N}$ に対して、 $m \equiv_p n$ ならば $n \equiv_p m$

推移性: 後のページで証明

任意の $\ell, m, n \in \mathbb{N}$ に対して、 $\ell \equiv_p m$ かつ $m \equiv_p n$ ならば $\ell \equiv_p n$

代表的な同値関係 (2): 対称性の証明

- ▶ 任意に $m, n \in \mathbb{N}$ を選ぶ
- ▶ $m \equiv n \pmod{p}$ と仮定する
- ▶ このとき、ある $q \in \mathbb{Z}$ が存在して、 $m - n = pq$
- ▶ 整数 $-q \in \mathbb{Z}$ を考えると、 $n - m = p \cdot (-q)$
- ▶ したがって、 $n \equiv m \pmod{p}$ □

$m \equiv n \pmod{p}$ の定義 (再掲)

ある $q \in \mathbb{Z}$ が存在して、 $m - n = pq$

「 \sim が存在する」という命題の証明法 (第 4 回講義より)

- 1 存在する、といっているものを 1 つ見つけ、「それを考える」と書く。
- 2 それが要求されている性質を満たすことを論じる (証明する)。

代表的な同値関係 (1)

代表的な同値関係 (1): 実数の相等関係

\mathbb{R} 上の関係 $=$ を、任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して

$$x = y \text{ であることは } x \text{ が } y \text{ と等しいこと}$$

として定義する

今からやること

この関係 $=$ が同値関係であることを証明する

次の 3 つが成り立つことを確認すればよい

- ▶ 反射性
- ▶ 対称性
- ▶ 推移性

代表的な同値関係 (2)

代表的な同値関係 (2): 整数の合同関係

1 以上の任意の整数 p に対して、

0 以上の整数全体の集合 \mathbb{N} 上の関係 \equiv_p を、任意の $m, n \in \mathbb{N}$ に対して

$$m \equiv_p n \text{ であることは } m \equiv n \pmod{p} \text{ が成り立つこと}$$

として定義する

今からやること

この関係 \equiv_p が同値関係であることを証明する

次の 3 つが成り立つことを確認すればよい

- ▶ 反射性
- ▶ 対称性
- ▶ 推移性

代表的な同値関係 (2): 反射性の証明

- ▶ 任意に $n \in \mathbb{N}$ を選ぶ。
- ▶ このとき、整数 0 を考えると、 $n - n = 0 = p \cdot 0$ 。
- ▶ したがって、 $n \equiv n \pmod{p}$ 。 □

$m \equiv n \pmod{p}$ の定義 (再掲)

ある $q \in \mathbb{Z}$ が存在して、 $m - n = pq$

「 \sim が存在する」という命題の証明法 (第 4 回講義より)

- 1 存在する、といっているものを 1 つ見つけ、「それを考える」と書く。
- 2 それが要求されている性質を満たすことを論じる (証明する)。

代表的な同値関係 (2): 推移性の証明

- ▶ 任意に $\ell, m, n \in \mathbb{N}$ を選ぶ
- ▶ $\ell \equiv m \pmod{p}$ および $m \equiv n \pmod{p}$ と仮定する
- ▶ $\ell \equiv m \pmod{p}$ から、ある $q_1 \in \mathbb{Z}$ が存在して、 $\ell - m = pq_1 \dots (1)$
- ▶ $m \equiv n \pmod{p}$ から、ある $q_2 \in \mathbb{Z}$ が存在して、 $m - n = pq_2 \dots (2)$
- ▶ $q = q_1 + q_2$ とする $\dots \dots \dots (3)$
- ▶ このとき、 $q_1, q_2 \in \mathbb{Z}$ より、 $q_1 + q_2 \in \mathbb{Z}$
- ▶ また、 $\ell - n = (\ell - m) + (m - n) \stackrel{(1), (2)}{=} pq_1 + pq_2 = p(q_1 + q_2) \stackrel{(3)}{=} pq$ 。
- ▶ したがって、ある $q \in \mathbb{Z}$ が存在して、 $\ell - n = pq$ となる
- ▶ したがって、 $\ell \equiv n \pmod{p}$ □

$m \equiv n \pmod{p}$ の定義 (再掲)

ある $q \in \mathbb{Z}$ が存在して、 $m - n = pq$

- ① 関係：集合の「構造」を見るための道具
- ② 関係
- ③ 関係の性質
- ④ 順序と同値関係
- ⑤ 今日のまとめ

 n 項関係とは？ n 項関係とは？ (常識に基づく定義)

A 上の n 項関係は次のように定められるもの

- ▶ 関係を表す写像「 $A^n \rightarrow \{O, \times\}$ 」がある
- ▶ 任意の $(x_1, \dots, x_n) \in A^n$ に対して
その関数の値が「 O 」か「 \times 」のどちらかに決まる

この一般化の下で、講義で扱った「関係」は「**二項関係**」と呼ばれる。

この講義の目標

- ▶ 語学としての数学，コミュニケーションとしての数学

関係とそれに関わる概念

- ▶ 関係を理解する
- ▶ 関係の性質を理解する
 - ▶ 反射性，完全性，対称性，反対称性，推移性
- ▶ 特殊な関係を理解する
 - ▶ 順序 (半順序)，全順序，同値関係

- ▶ 登場した「関係」は「2つのものの間の関係」だけだった
- ▶ 3つのものの間の関係は？
- ▶ それ以上のものの間の関係は？