

提出締切：2016年12月19日 講義終了時

授業内問題 7.1 集合 X, Y を $X = \{1, 2\}, Y = \{1, 2, 3\}$ と定義するとき、次の集合がそれぞれ何であるか、その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ。また、その集合の要素数が何であるかも合わせて答えよ。

1. $X \times Y$.
2. $Y \times X$.
3. X^2 .
4. 2^X .
5. $2^X \cap 2^Y$.

復習問題 7.2 集合 A を次のように定めるとき、 A の要素数 $|A|$ はそれぞれ何であるか、答えよ。

1. $A = \{a, c, t\}$.
2. $A = \emptyset$.

復習問題 7.3 集合 A, B を $A = \{a, b\}, B = \{c, d, e\}$ と定義するとき、次の集合がそれぞれ何であるか、その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ。

1. $A \times B$.
2. $B \times A$.

復習問題 7.4 集合 A, B, C を $A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{4, 5\}$ と定義するとき、次の集合がそれぞれ何であるか、その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ。

1. $A \times B$.
2. $B \times A$.
3. $A \times B \times C$.
4. $(A \times B) \times C$.
5. $A \times (B \times C)$.

復習問題 7.5 集合 A を次のように定めるとき、 2^A はそれぞれ何になるか、その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ。

1. $A = \{a, b, c\}$.
2. $A = \{a\}$.
3. $A = \emptyset$.
4. $A = \{\emptyset\}$.

復習問題 7.6 任意の集合 A, B, C に対して

$$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

が成り立つことを証明せよ。

復習問題 7.7 次の命題は正しいか、正しくないか、理由も付けて答えよ。

任意の集合 A, B に対して、 $A \subseteq B$ ならば、 $2^A \subseteq 2^B$ が成り立つ。

追加問題 7.8 集合 A, B を $A = \{1, 2\}, B = \{a, b, c\}$ と定義するとき、次の集合がそれぞれ何であるか、その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ。また、その集合の要素数が何であるかも合わせて答えよ。

1. $A \times B$.
2. A^2 .
3. $2^A \cap 2^B$.
4. $2^A \cup 2^B$.
5. $A \times \emptyset$.
6. $\emptyset \times B$.

追加問題 7.9 任意の集合 A, B, C に対して、 $(A \cap (C - B)) \times (B \cap (C - A)) = (A \times B) \cap ((C - B) \times (C - A))$ が成り立つことを証明せよ。

追加問題 7.10 次の命題は正しいか、正しくないか、理由も付けて答えよ。

任意の集合 A, B, C に対して、 $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$ が成り立つ。

追加問題 (発展) 7.11 次の命題は正しいか、正しくないか。理由も付けて答えよ。

任意の集合 A, B, C に対して、 $A \times C = B \times C$ ならば $A = B$ である。

追加問題 7.12 次の命題は正しいか、正しくないか、理由も付けて答えよ。

任意の集合 A, B に対して、 $2^A \subseteq 2^B$ ならば、 $A \subseteq B$ が成り立つ。

追加問題 7.13 次の命題は正しいか、正しくないか、理由も付けて答えよ。

任意の集合 A, B, C, D に対して、 $A \subseteq C$ かつ $B \subseteq D$ ならば、 $A \times B \subseteq C \times D$ が成り立つ。

(ヒント：証明すべき目標を見定めて、集合の要素を表す記号を工夫せよ。)