

提出締切：2016年10月24日 講義終了時

授業内問題 2.1 集合 X, Y を次のように定める.

$$X = \{a, b, c\}, \quad Y = \{a, c, e\}.$$

このとき、次の各集合は何であるか？ その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ.

1. $X \cap Y$.
2. $X \cup Y$.
3. $X - Y$.

授業内問題 2.2 同値変形によって、任意の集合 A, B に対して

$$(A - B) \cup B = A \cup B$$

が成り立つことを証明せよ。(証明を始める前に、オイラー図を描いて、証明すべきことが正しそうであるか確認するとよい.)

復習問題 2.3 集合 A と B を $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, $B = \{a, b, c, g, h\}$ と定める. このとき、次の3つの集合は何になるか？ 要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ.

1. $A \cap B$.
2. $A \cup B$.
3. $A - B$.

復習問題 2.4 真理値表を用いることで、命題変数 P, Q に対して、次の命題論理式が恒真式であることを証明せよ.

1. $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$.
2. $P \vee \neg P$.

復習問題 2.5 真理値表を用いることで、任意の命題変数 P, Q に対して次が成り立つことを証明せよ.

1. $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$.
2. $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$.
3. $\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$.
4. $\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$.
5. $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg Q \rightarrow \neg P$.

復習問題 2.6 同値変形によって、任意の命題変数 P, Q, R に対して次が成り立つことを証明せよ.

1. $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge (P \wedge R)$.
2. $(P \wedge Q) \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$.

復習問題 2.7 同値変形によって、任意の集合 A, B, C に対して $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$ が成り立つことを証明せよ。(証明を始める前に、オイラー図を描いて、証明すべきことが正しそうであるか確認するとよい.)

補足問題 2.8 真理値表を用いることで、任意の命題変数 P, Q, R に対して次が成り立つことを証明せよ.

1. $P \wedge P \Leftrightarrow P$.
2. $P \vee P \Leftrightarrow P$.
3. $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$.
4. $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$.
5. $(P \wedge Q) \vee P \Leftrightarrow P$.
6. $(P \vee Q) \wedge P \Leftrightarrow P$.
7. $P \Leftrightarrow \neg(\neg P)$.
8. $P \wedge \top \Leftrightarrow P$.
9. $P \vee \text{F} \Leftrightarrow P$.
10. $P \wedge \text{F} \Leftrightarrow \text{F}$.
11. $P \vee \top \Leftrightarrow \top$.
12. $(P \wedge Q) \wedge R \Leftrightarrow P \wedge (Q \wedge R)$.
13. $(P \vee Q) \vee R \Leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$.
14. $(P \vee Q) \wedge R \Leftrightarrow (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$.
15. $(P \wedge Q) \vee R \Leftrightarrow (P \vee R) \wedge (Q \vee R)$.
16. $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$.
17. $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$.
18. $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R) \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \wedge R)$.

追加問題 2.9 集合 A, B, C を次のように定める.

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
- $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$.
- $C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

このとき、次の各集合は何であるか？ その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ.

1. $A \cap B$.
2. $A \cup B$.
3. $A - B$.
4. $B - A$.
5. $(A \cap B) \cup C$.
6. $(A \cup B) - C$.
7. $C - (A \cup B)$.

追加問題 2.10 同値変形によって, 任意の集合 A, B, C に対して次が成り立つことを証明せよ.

1. $(A \cap B) - C = A \cap (B - C)$.

2. $(A - B) \cap (A - C) = (A - B) - C$.

(証明を始める前に, オイラー図を描いて, 証明すべきことが正しそうであるか確認するとよい.)