離散数学 第 7 回
集合と論理 (4)：直積と冪集合

岡本 吉央
okamotoy@uec.ac.jp

電気通信大学

2016 年 6 月 3 日

最終更新：2016 年 6 月 16 日　14:29

スケジュール 前半 (予定)

- ∗ 休講 (4 月 8 日)
1. 集合と論理 (1)：命題論理 (4 月 15 日)
2. 集合と論理 (2)：集合と論理の対応 (4 月 22 日)
- ∗ 昭和の日 (4 月 29 日)
3. 集合と論理 (3)：述語論理 (5 月 6 日)
4. 証明法 (1)：∃と∀を含む命題の証明 (5 月 13 日)
5. 証明法 (2)：含意を含む命題の証明 (5 月 20 日)
6. 証明法 (3)：集合に関する証明 (5 月 27 日)
7. 集合と論理 (4)：直積と冪集合 (6 月 3 日)
- • 中間試験 (6 月 10 日)

注意：予定の変更もありうる

スケジュール 後半 (予定)

8. 写像 (1)：像と逆像 (6 月 17 日)
9. 写像 (2)：全射と単射 (6 月 24 日)
10. 関係 (1)：関係 (7 月 1 日)
11. 関係 (2)：同値関係 (7 月 8 日)
12. 関係 (3)：順序関係 (7 月 15 日)
13. 証明法 (4)：数学的帰納法 (7 月 22 日)
14. 集合と論理 (5)：集合の再帰的定義 (7 月 29 日)

- 期末試験 (8 月 5 日？)

注意：予定の変更もありうる

今日の概要

今日の目標

- 有限集合の要素数が計算できる
- 集合の直積と冪集合を理解し，正しく答えられる
- 集合の直積と冪集合に関する包含関係，等式を証明できる

目次

有限集合の要素数

要素数とは？

有限集合 A の要素数とは，その集合の要素の数である

- 記法：$|A|$，$\#A$，$\#(A)$

例：

- $|\{a, c, t\}| = 3$
- $|\emptyset| = 0$

注意：

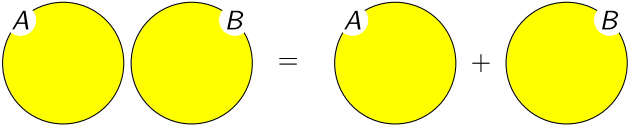
- 要素数は数なので，有限集合に対してのみ要素数が定義される
- 要素数のことを「大きさ」,「サイズ」と呼ぶことがある
- $|A|$ は,「A の絶対値」ではない

集合の要素数：重要な性質

集合の要素数に関する重要な性質

有限集合 A と B に対して，$A \cap B = \emptyset$ が成り立つとき，

$$|A \cup B| = |A| + |B|$$



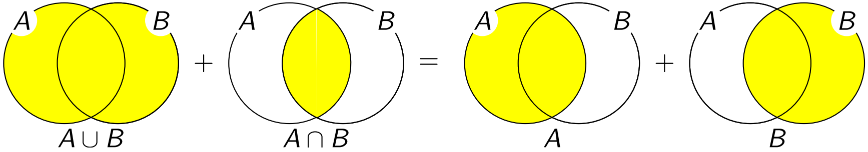
これは，まぁ，当たり前

集合の要素数：重要な性質 (2)

集合の要素数に関する重要な性質：包除原理

有限集合 A と B に対して，

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$



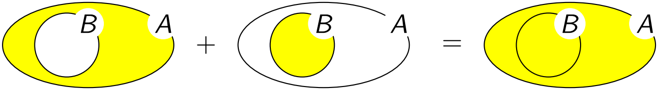
これも，まぁ当たり前だが，
1 つ前のページに書かれた性質から証明できる　(演習問題)

集合の要素数：重要な性質 (3)

集合の要素数に関する重要な性質

有限集合 A と B に対して，$B \subseteq A$ が成り立つとき，

$$|A - B| = |A| - |B|$$



これも，まぁ当たり前だが，
1 つ前のページに書かれた性質から証明できる (演習問題)

集合の要素数：例題

例題

30 人に対してあるアンケートを行った結果が以下の通りであった．
なお，アンケートのすべての項目に 30 人全員が回答した．

- 30 人中，6 人は愛媛県に行ったことがある
- 30 人中，10 人はディズニーランドに行ったことがある
- 30 人中，19 人は愛媛県にもディズニーランドにも行ったことがない

このとき，愛媛県とディズニーランドの両方に行ったことがある人は
30 人中何人か？

http://en.wikipedia.org/wiki/Matsuyama_Castle_(Iyo)

http://en.wikipedia.org/wiki/Tokyo_Disneyland

集合の要素数：例題 — 整理 (1)

集合を用いて整理

- $A =$ アンケート回答者全体
- $B =$ アンケート回答者の中で，愛媛県に行ったことがある人全体
- $C =$ アンケート回答者の中で，ディズニーランドに行ったことがある人全体

このとき，$B \subseteq A$, $C \subseteq A$ であり，つまり，$B \cup C \subseteq A$ でもあり，

- $A - (B \cup C) =$ アンケート回答者の中で，愛媛県にもディズニーランドにも行ったことがない人全体
- $B \cap C =$ アンケート回答者の中で，愛媛県とディズニーランドの両方に行ったことがある人全体

知りたいものは

- $B \cap C$ の要素数

集合の要素数：例題 — 計算

分かっていること

- $|A| = 30$, $|B| = 6$, $|C| = 10$, $|A - (B \cup C)| = 19$
- $B \cup C \subseteq A$

知りたいもの

- $|B \cap C|$

集合の要素数：例題 — 計算

分かっていること

- $|A| = 30$, $|B| = 6$, $|C| = 10$, $|A - (B \cup C)| = 19$
- $B \cup C \subseteq A$

知りたいもの

- $|B \cap C|$

後は計算

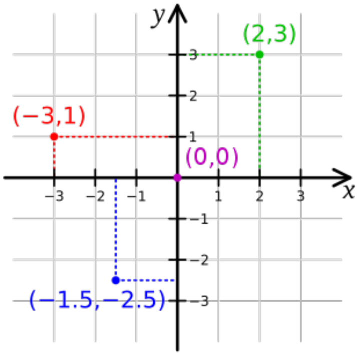
- $B \cup C \subseteq A$ なので，$|B \cup C| = |A| - |A - (B \cup C)| = 30 - 19 = 11$
- 包除原理より，$|B \cap C| = |B| + |C| - |B \cup C| = 6 + 10 - 11 = 5$

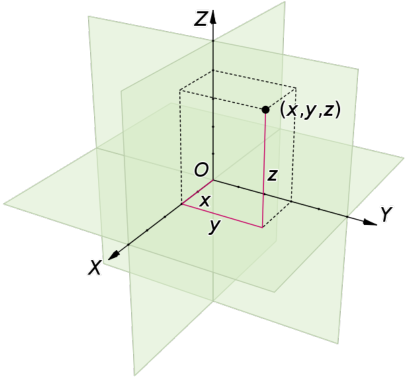
すなわち，愛媛県とディズニーランドの両方に行ったことがある人は 30 人中 5 人である． □

目次

座標

- 2 次元平面の点の座標は 2 つの実数を「対」にして表現する
- このように，集合の要素を $\boxed{対}$ にすることは有用





http://en.wikipedia.org/wiki/Cartesian_coordinate_system

構造体

プログラムにおける構造体

```
struct account {
  string name;
  int account_number;
  int balance;
};
```

数個のデータを $\boxed{組}$ にして，一つの構造を表現する

今から行うこと

数学において「対」や「組」を表現する方法を理解する

順序対 (2 個組)

順序対とは？ (常識に基づく定義)

順序対とは，ものを 2 つ並べたもののことである.

- a と a' をこの順で並べたものは「(a, a')」と表記する

「順序対」は単に「対」や「組」と呼ばれることもある

同じ順序対 (常識に基づく定義)

2 つの順序対 (a, a') と (b, b') が**等しい**ことを $(a, a') = (b, b')$ と表記し，

$$a = b \text{ かつ } a' = b'$$

であることと定義する

注意：(a, a') と (a', a) は $a \neq a'$ ならば異なる

集合の直積 (1)

集合の直積

集合 A と集合 B の**直積**を $A \times B$ と表記して,

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ かつ } y \in B\}$$

と定義する

「直積」は「デカルト積」とも呼ばれる

例

$A = \{a, b\}$, $B = \{c, d, e\}$ のとき,

$$A \times B = \{(a, c), (a, d), (a, e), (b, c), (b, d), (b, e)\}$$

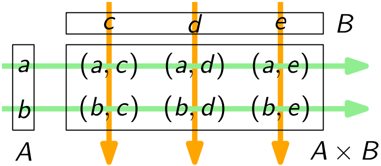
簡単な確認：有限集合 A, B に対して，$|A \times B| = |A| \times |B|$

集合の直積：図示

例

$A = \{a, b\}$, $B = \{c, d, e\}$ のとき，

$$A \times B = \{(a, c), (a, d), (a, e), (b, c), (b, d), (b, e)\}$$



例 続き

$A = \{a, b\}$, $B = \{c, d, e\}$ のとき，

$$B \times A = \{(c, a), (c, b), (d, a), (d, b), (e, a), (e, b)\}$$

n 個組

n は自然数

n 個組とは？ (常識に基づく定義)

n 個組とは，ものを n 個並べたもののことである．

- $a_1, a_2, \ldots, a_n$ をこの順で並べたものは「$(a_1, a_2, \ldots, a_n)$」と表記する

同じ n 個組 (常識に基づく定義)

2 つの n 個組 $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ と $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$ が等しいことを $(a_1, a_2, \ldots, a_n) = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$ と表記し，

$$\text{すべての } i \text{ に対して } a_i = b_i$$

であることと定義する

集合の直積 (2)

集合の直積

集合 $A_1, A_2, \ldots, A_n$ の直積を $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$ と表記して，

$$A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n = \left\{ (x_1, x_2, \ldots, x_n) \;\middle|\; \begin{array}{l} \text{すべての } i \in \{1, 2, \ldots, n\} \\ \text{に対して } x_i \in A_i \end{array} \right\}$$

と定義する

「$A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$」を「$\prod_{i=1}^{n} A_i$」と書くこともある

例

$A = \{a, b\}$, $B = \{c, d, e\}$, $C = \{f, g\}$ のとき，

$$\begin{aligned} A \times B \times C \quad = \quad & \{(a,c,f),(a,c,g),(a,d,f),(a,d,g),(a,e,f),(a,e,g), \\ & (b,c,f),(b,c,g),(b,d,f),(b,d,g),(b,e,f),(b,e,g)\} \end{aligned}$$

簡単な確認：有限集合 $A_1, A_2, \ldots, A_n$ に対して，

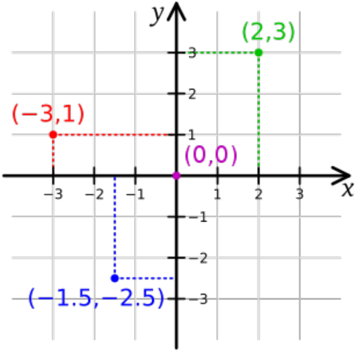
$$|A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n| = |A_1| \times |A_2| \times \cdots \times |A_n|$$

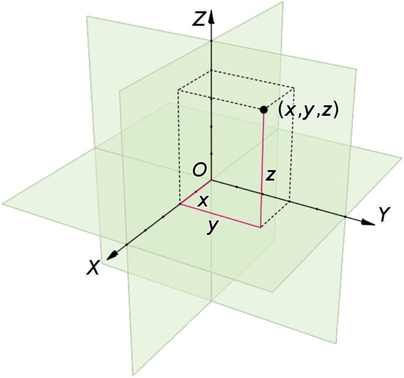
集合の直積 (関係する記法)

- $A \times A$ を A^2 と書く
- $A \times A \times A$ を A^3 と書く
- $\underbrace{A \times A \times \cdots \times A}_{n\ 個}$ を A^n と書く

集合の直積：例 1 (デカルト座標系)

- $\mathbb{R}^2$ = 2 次元平面
- $\mathbb{R}^3$ = 3 次元空間
- ...





http://en.wikipedia.org/wiki/Cartesian_coordinate_system

集合の直積：例 2 (IP アドレス)

(IPv4 における) IP アドレスは 1 バイトの数 4 つで表現される

- www.uec.ac.jp: 130.153.9.10
- www.kantei.go.jp: 202.32.211.139

つまり，

- 可能な IP アドレス全体の集合 $= \{0,\dots,255\}^4$
- 可能な IP アドレスの総数 $= |\{0,\dots,255\}^4| = 256^4 = 4294967296$ (約 43 億)

$\rightsquigarrow$ IP アドレス枯渇問題

集合の直積：例 3 (DNA (デオキシリボ核酸))

DNA は生物の遺伝情報を担う物質

- アデニン (A)，チミン (T)，シトシン (C)，グアニン (G) という塩基の並び方で遺伝情報はだいたい決められている

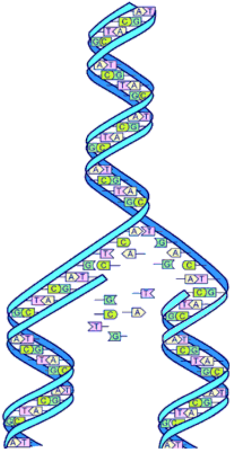
つまり，

- DNA が持つ遺伝情報全体の集合 $= \{\mathrm{A}, \mathrm{T}, \mathrm{C}, \mathrm{G}\}^n$

n は生物種などによって異なる自然数

- 大腸菌：$n \approx 4.6 \times 10^6$
- ヒト：$n \approx 3.2 \times 10^9$

http://en.wikipedia.org/wiki/Genome



http://en.wikipedia.org/wiki/DNA_replication

集合の直積：補足

$A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{4, 5\}$ のとき

$$A \times B \quad = \quad \{(1, 3), (2, 3)\},$$

集合の直積：補足

$A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{4, 5\}$ のとき

$$\begin{aligned} A \times B &= \{(1, 3), (2, 3)\}, \\ B \times C &= \{(3, 4), (3, 5)\}, \end{aligned}$$

集合の直積：補足

$A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{4, 5\}$ のとき

$$\begin{aligned} A \times B &= \{(1, 3), (2, 3)\}, \\ B \times C &= \{(3, 4), (3, 5)\}, \\ A \times B \times C &= \{(1, 3, 4), (1, 3, 5), (2, 3, 4), (2, 3, 5)\}, \end{aligned}$$

集合の直積：補足

$A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{4, 5\}$ のとき

$$\begin{aligned} A \times B &= \{(1,3),(2,3)\}, \\ B \times C &= \{(3,4),(3,5)\}, \\ A \times B \times C &= \{(1,3,4),(1,3,5),(2,3,4),(2,3,5)\}, \\ (A \times B) \times C &= \{((1,3),4),((1,3),5),((2,3),4),((2,3),5)\}, \end{aligned}$$

集合の直積：補足

$A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{4, 5\}$ のとき

$$
\begin{aligned}
A \times B &= \{(1,3),(2,3)\}, \\
B \times C &= \{(3,4),(3,5)\}, \\
A \times B \times C &= \{(1,3,4),(1,3,5),(2,3,4),(2,3,5)\}, \\
(A \times B) \times C &= \{((1,3),4),((1,3),5),((2,3),4),((2,3),5)\}, \\
A \times (B \times C) &= \{(1,(3,4)),(1,(3,5)),(2,(3,4)),(2,(3,5))\}
\end{aligned}
$$

集合の直積：補足

$A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{4, 5\}$ のとき

$$
\begin{aligned}
A \times B &= \{(1,3),(2,3)\}, \\
B \times C &= \{(3,4),(3,5)\}, \\
A \times B \times C &= \{(1,3,4),(1,3,5),(2,3,4),(2,3,5)\}, \\
(A \times B) \times C &= \{((1,3),4),((1,3),5),((2,3),4),((2,3),5)\}, \\
A \times (B \times C) &= \{(1,(3,4)),(1,(3,5)),(2,(3,4)),(2,(3,5))\}
\end{aligned}
$$

特に，$A \times B \times C$ と $(A \times B) \times C$ と $A \times (B \times C)$ はすべて異なる

目次

冪集合

冪集合

集合 A の冪集合とは A の部分集合全体から成る集合であり，
2^A と表記する．

$$2^A = \{X \mid X \subseteq A\}$$

例

$A = \{a, b, c\}$ のとき

$$2^A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

簡単な確認：有限集合 A に対して，$|2^A| = 2^{|A|}$

冪集合

冪集合

集合 A の冪集合とは A の部分集合全体から成る集合であり，
2^A と表記する．

$$2^A = \{X \mid X \subseteq A\}$$

例

$A = \{a, b, c\}$ のとき

$$2^A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

簡単な確認：有限集合 A に対して，$|2^A| = 2^{|A|}$

- 「冪集合」の他に「巾集合」,「べき集合」,「ベキ集合」とも書く
- 「2^A」の他に「$\mathcal{P}(A)$」,「$\mathscr{P}(A)$」とも書く
- 冪集合の要素は集合 (冪集合は集合の集合)

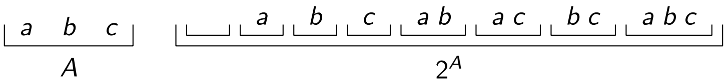
冪集合：例とイメージ

例

$A = \{a, b, c\}$ のとき

$$2^A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

イメージ (箱による)



冪集合：他の例

冪集合 (再掲)

集合 A の冪集合とは A の部分集合全体から成る集合であり，
2^A と表記する．

$$2^A = \{X \mid X \subseteq A\}$$

- $2^{\{a\}} = \{\emptyset, \{a\}\}$
- $2^{\emptyset} = \{\emptyset\}$
- $2^{\{\emptyset\}} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

冪集合の定義より

$$X \in 2^A \quad \Leftrightarrow \quad X \subseteq A$$

目次

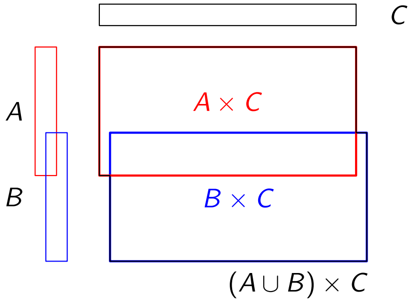
直積に関する等式：例題

例題：次を証明せよ

任意の集合 A, B, C に対して

$$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

図による直感



直積に関する等式：例題

例題：次を証明せよ

任意の集合 A, B, C に対して

$$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

格言 (再掲)

証明の基本は「定義に立ち戻る」こと

証明すべきことは

$$(x, y) \in (A \cup B) \times C \quad \Leftrightarrow \quad (x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$$

同値変形によって証明する

直積に関する等式：例題 — 証明

証明：任意の集合 A, B, C を考える

$(x, y) \in (A \cup B) \times C$

$\Leftrightarrow$ $(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$ ←目標

したがって，$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ が成り立つ． $\square$

直積に関する等式：例題 — 証明

証明：任意の集合 A, B, C を考える

$(x, y) \in (A \cup B) \times C$

$\Leftrightarrow (x \in A \cup B) \wedge (y \in C)$ (直積の定義)

$\Leftrightarrow (x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$

したがって，$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ が成り立つ． $\square$

直積の定義

$$(x, y) \in A \times B \quad \Leftrightarrow \quad x \in A \text{ かつ } y \in B$$

直積に関する等式：例題 — 証明

証明：任意の集合 A, B, C を考える

$(x, y) \in (A \cup B) \times C$

$\Leftrightarrow\ (x \in A \cup B) \wedge (y \in C)$ (直積の定義)

$\Leftrightarrow\ ((x \in A) \vee (x \in B)) \wedge (y \in C)$ (合併の定義)

$\Leftrightarrow\ (x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$

したがって，$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ が成り立つ． $\square$

合併の定義

$$x \in A \cup B \quad \Leftrightarrow \quad x \in A \text{ または } x \in B$$

直積に関する等式：例題 — 証明

証明：任意の集合 A, B, C を考える

$$
\begin{aligned}
&(x, y) \in (A \cup B) \times C \\
&\Leftrightarrow (x \in A \cup B) \wedge (y \in C) && \text{(直積の定義)} \\
&\Leftrightarrow ((x \in A) \vee (x \in B)) \wedge (y \in C) && \text{(合併の定義)} \\
&\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (y \in C)) \vee ((x \in B) \wedge (y \in C)) && \text{(分配法則)} \\
&\Leftrightarrow (x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)
\end{aligned}
$$

したがって，$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ が成り立つ． □

分配法則

$$(P \vee Q) \wedge R \quad \Leftrightarrow \quad (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$$

直積に関する等式：例題 — 証明

証明：任意の集合 A, B, C を考える

$$(x, y) \in (A \cup B) \times C$$

$\Leftrightarrow (x \in A \cup B) \wedge (y \in C)$ (直積の定義)

$\Leftrightarrow ((x \in A) \vee (x \in B)) \wedge (y \in C)$ (合併の定義)

$\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (y \in C)) \vee ((x \in B) \wedge (y \in C))$ (分配法則)

$\Leftrightarrow ((x, y) \in A \times C) \vee ((x, y) \in B \times C)$ (直積の定義)

$\Leftrightarrow (x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$

したがって，$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ が成り立つ． □

直積の定義

$$(x, y) \in A \times B \quad \Leftrightarrow \quad x \in A \text{ かつ } y \in B$$

直積に関する等式：例題 — 証明

証明：任意の集合 A, B, C を考える

$$(x, y) \in (A \cup B) \times C$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \cup B) \wedge (y \in C) \quad \text{(直積の定義)}$$
$$\Leftrightarrow ((x \in A) \vee (x \in B)) \wedge (y \in C) \quad \text{(合併の定義)}$$
$$\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (y \in C)) \vee ((x \in B) \wedge (y \in C)) \quad \text{(分配法則)}$$
$$\Leftrightarrow ((x, y) \in A \times C) \vee ((x, y) \in B \times C) \quad \text{(直積の定義)}$$
$$\Leftrightarrow (x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$$

したがって，$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ が成り立つ． □

直積の定義

$$(x, y) \in A \times B \quad \Leftrightarrow \quad x \in A \text{ かつ } y \in B$$

直積に関する等式：例題 — 証明

証明：任意の集合 A, B, C を考える

$(x, y) \in (A \cup B) \times C$

$\Leftrightarrow (x \in A \cup B) \wedge (y \in C)$ (直積の定義)

$\Leftrightarrow ((x \in A) \vee (x \in B)) \wedge (y \in C)$ (合併の定義)

$\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (y \in C)) \vee ((x \in B) \wedge (y \in C))$ (分配法則)

$\Leftrightarrow ((x, y) \in A \times C) \vee ((x, y) \in B \times C)$ (直積の定義)

$\Leftrightarrow (x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$ (合併の定義)

したがって，$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ が成り立つ． $\square$

合併の定義

$$x \in A \cup B \quad \Leftrightarrow \quad x \in A \text{ または } x \in B$$

冪集合に関する証明：例題

次の命題は正しいか，正しくないか

任意の集合 A, B に対して

$$A \subseteq B \quad \text{ならば，} \quad 2^A \subseteq 2^B$$

が成り立つ．

例：$A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3\}$ のとき

- $2^A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
- $2^B = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

この例においては正しい

冪集合に関する証明：例題 (解答例)

解答例：正しい．理由は以下の通りである．

1. 任意の集合 A, B を考え，$A \subseteq B$ であると仮定する

6. したがって，$2^A \subseteq 2^B$ が成り立つ □

冪集合に関する証明：例題 (解答例)

解答例：正しい．理由は以下の通りである．

1. 任意の集合 A, B を考え，$A \subseteq B$ であると仮定する
2. $X \in 2^A$ であると仮定する

5. $X \in 2^B$ が成り立つ
6. したがって，$2^A \subseteq 2^B$ が成り立つ $\square$

部分集合とは？ (論理を使った定義)

$$A \subseteq B \quad \Leftrightarrow \quad (x \in A) \to (x \in B)$$

冪集合に関する証明：例題 (解答例)

解答例：正しい．理由は以下の通りである．

1. 任意の集合 A, B を考え，$A \subseteq B$ であると仮定する
2. $X \in 2^A$ であると仮定する
3. (2) と冪集合の定義より，$X \subseteq A$ が成り立つ

5. $X \in 2^B$ が成り立つ
6. したがって，$2^A \subseteq 2^B$ が成り立つ $\square$

冪集合の定義

$$X \in 2^A \quad \Leftrightarrow \quad X \subseteq A$$

冪集合に関する証明：例題 (解答例)

解答例：正しい．理由は以下の通りである．

1. 任意の集合 A, B を考え，$A \subseteq B$ であると仮定する
2. $X \in 2^A$ であると仮定する
3. (2) と冪集合の定義より，$X \subseteq A$ が成り立つ
4. (1) と (3) より，$X \subseteq B$ が成り立つ
5. $X \in 2^B$ が成り立つ
6. したがって，$2^A \subseteq 2^B$ が成り立つ □

部分集合の性質

$$A \subseteq B \text{ かつ } B \subseteq C \text{ ならば，} \quad A \subseteq C$$

冪集合に関する証明：例題 (解答例)

解答例：正しい．理由は以下の通りである．

1. 任意の集合 A, B を考え，$A \subseteq B$ であると仮定する
2. $X \in 2^A$ であると仮定する
3. (2) と冪集合の定義より，$X \subseteq A$ が成り立つ
4. (1) と (3) より，$X \subseteq B$ が成り立つ
5. (4) と冪集合の定義より，$X \in 2^B$ が成り立つ
6. したがって，$2^A \subseteq 2^B$ が成り立つ □

冪集合の定義

$$X \in 2^A \quad \Leftrightarrow \quad X \subseteq A$$

目次

今日の概要

今日の目標

- 有限集合の要素数が計算できる
- 集合の直積と冪集合を理解し，正しく答えられる
- 集合の直積と冪集合に関する包含関係，等式を証明できる

残った時間の使い方

- 演習問題をやる
    - 相談推奨 (ひとりでやらない)
- 質問をする
    - 教員とティーチング・アシスタントは巡回
- 退室時，小さな紙に感想など書いて提出する ←重要
    - 内容は何でも OK
    - 匿名で OK

目次