

岡本 吉央
okamotoy@uec.ac.jp

電気通信大学

2015年12月4日

最終更新：2016年8月23日 11:55

スケジュール 前半 (予定)

- * 休講 (卒研準備発表会) (10/2)
- 1 組合せ最適化問題におけるマトロイドの役割 (10/9)
- * 休講 (海外出張) (10/16)
- 2 マトロイドの定義と例 (10/23)
- 3 マトロイドの基と階数関数 (10/30)
- 4 グラフとマトロイド (11/6)
- 5 マトロイドとグラフの全域木 (11/13)
- * 休講 (調布祭) (11/20)
- 6 マトロイドに対する貪欲アルゴリズム (11/27)
- 7 マトロイドのサーキット (12/4)

注意：予定の変更もありうる

スケジュール 後半 (予定)

- * 休講 (国内出張) (12/11)
- 8 マトロイドに対する操作 (12/18)
- 9 マトロイドの交わり (12/25)
- * 冬季休業 (1/1)
- 10 マトロイド交わり定理 (1/8)
- * 休講 (センター試験準備) (1/15)
- 11 マトロイド交わり定理：アルゴリズム (1/22)
- 12 最近のトピック (1/29)
- * 授業等調整日 (予備日) (2/5)
- * 期末試験 (2/12?)

注意：予定の変更もありうる

テーマ：解きやすい組合せ最適化問題が持つ「共通の性質」

疑問

どうしてそのような違いが生まれるのか？

↪ 解きやすい問題が持つ「共通の性質」は何か？

回答

よく分かっていない

しかし、部分的な回答はある

部分的な回答

問題が「マトロイドの構造」を持つと解きやすい

ポイント

効率的なアルゴリズムが設計できる背景に「美しい数理構造」がある

この講義では、その一端に触れたい

今日の目標

マトロイドのサーキットの基本的な性質を証明する

鍵となる概念

- ▶ 基本サーキット

基本サーキットを用いて、次を考える

- ▶ 基の同時交換公理
- ▶ 最大独立集合問題に対する局所探索アルゴリズム

目次

- ① マトロイドのサーキット：復習
- ② サーキットの性質
- ③ 基本サーキットと同時交換公理
- ④ マトロイドに対する局所探索法
- ⑤ 今日のまとめ

マトロイドの定義

非空な有限集合 E , 有限集合族 $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドとは？

\mathcal{I} が E 上のマトロイド (matroid) であるとは、次の 3 条件を満たすこと

- (1) $\emptyset \in \mathcal{I}$
- (2) $X \in \mathcal{I}$ かつ $Y \subseteq X$ ならば、 $Y \in \mathcal{I}$
- (3) $X, Y \in \mathcal{I}$ かつ $|X| > |Y|$ ならば、ある $e \in X - Y$ が存在して、 $Y \cup \{e\} \in \mathcal{I}$

補足

- ▶ (1) と (2) は \mathcal{I} が独立集合族であることを意味する
- ▶ (3) を **増加公理** (augmentation property) と呼ぶことがある

用語

- ▶ \mathcal{I} の要素である集合 $X \in \mathcal{I}$ を、このマトロイドの**独立集合**と呼ぶ

マトロイドの基

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドの基 (base) とは？

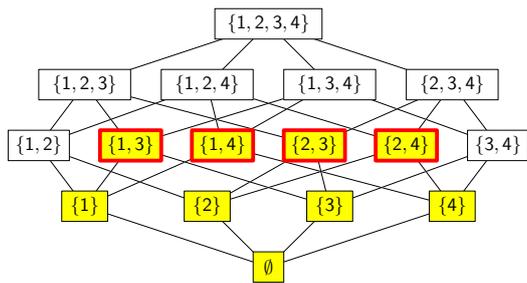
E 上のマトロイド \mathcal{I} の**基**とは、次を満たす独立集合 $B \in \mathcal{I}$
 任意の $e \in E - B$ に対して、 $B \cup \{e\} \notin \mathcal{I}$

別の言い方：基とは**極大**な独立集合

マトロイドの基：例

マトロイドの基 (base) とは？

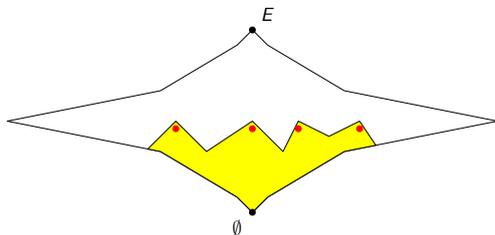
E 上のマトロイド \mathcal{I} の基とは、次を満たす独立集合 $B \in \mathcal{I}$
 任意の $e \in E - B$ に対して、 $B \cup \{e\} \notin \mathcal{I}$



マトロイドの基：イメージ

マトロイドの基 (base) とは？

E 上のマトロイド \mathcal{I} の基とは、次を満たす独立集合 $B \in \mathcal{I}$
 任意の $e \in E - B$ に対して、 $B \cup \{e\} \notin \mathcal{I}$



マトロイドのサーキット

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドのサーキット (circuit) とは？

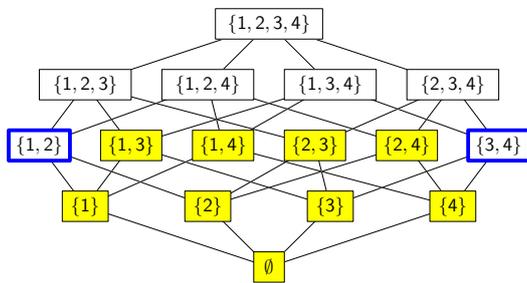
E 上のマトロイド \mathcal{I} のサーキットとは、次を満たす従属集合 $C \notin \mathcal{I}$
 任意の $e \in C$ に対して、 $C - \{e\} \in \mathcal{I}$

別の言い方：サーキットとは極小な従属集合

マトロイドのサーキット：例

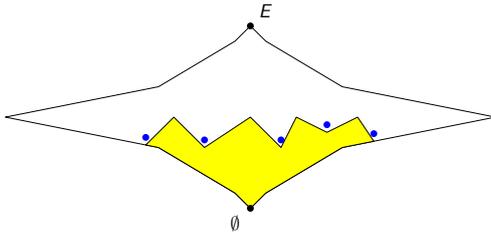
マトロイドのサーキット (circuit) とは？

E 上のマトロイド \mathcal{I} のサーキットとは、次を満たす従属集合 $C \notin \mathcal{I}$
 任意の $e \in C$ に対して、 $C - \{e\} \in \mathcal{I}$



マトロイドのサーキット (circuit) とは？

E 上のマトロイド \mathcal{I} のサーキットとは、次を満たす従属集合 $C \notin \mathcal{I}$
 任意の $e \in C$ に対して、 $C - \{e\} \in \mathcal{I}$



マトロイドの基族とサーキット族

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

記法：基族とサーキット族

$$B = \{B \subseteq E \mid B \text{ は } \mathcal{I} \text{ の基}\},$$

(マトロイド \mathcal{I} の基族)

$$C = \{C \subseteq E \mid C \text{ は } \mathcal{I} \text{ のサーキット}\}$$

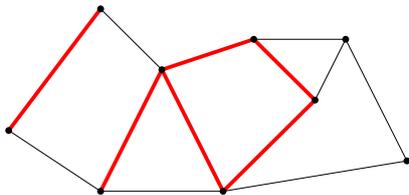
(マトロイド \mathcal{I} のサーキット族)

閉路マトロイドのサーキット

連結無向グラフ $G = (V, E)$

G の閉路マトロイド \mathcal{I} において

\mathcal{I}	G
独立集合	閉路を含まない部分グラフ (の辺集合)
基	全域木 (の辺集合)
従属集合	閉路を含む部分グラフ (の辺集合)
サーキット	閉路 (の辺集合)



目次

- ① マトロイドのサーキット：復習
- ② サーキットの性質
- ③ 基本サーキットと同時交換公理
- ④ マトロイドに対する局所探索法
- ⑤ 今日のまとめ

マトロイドのサーキットの性質 (1)

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドのサーキットの性質 (1)

C は \mathcal{I} のサーキット, $C \subseteq X \Rightarrow X \notin \mathcal{I}$

証明: C が \mathcal{I} のサーキットであり, $C \subseteq X$ と仮定

- ▶ $X \in \mathcal{I}$ であると仮定する (背理法)
- ▶ $C \subseteq X$ なので, (12) より, $C \in \mathcal{I}$
- ▶ 一方, C は \mathcal{I} のサーキットなので, $C \notin \mathcal{I}$
- ▶ この2つは互いに矛盾 □

マトロイドのサーキットの性質 (2)

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドのサーキットの性質 (2)

C, C' は \mathcal{I} のサーキット, $C \subseteq C' \Rightarrow C = C'$

証明: C, C' が \mathcal{I} のサーキットであり, $C \subseteq C'$ と仮定

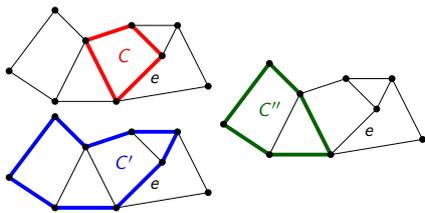
- ▶ $C \neq C'$ と仮定する (背理法)
- ▶ このとき, ある要素 $e' \in C' - C$ が存在して, $C \subseteq C' - \{e'\}$
- ▶ 前のページの性質 (1) より, $C' - \{e'\} \notin \mathcal{I}$
- ▶ これは C' がサーキットであることに矛盾 □

マトロイドのサーキットの性質 (3)

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドのサーキットの性質: 弱消去公理

C, C' は \mathcal{I} の異なるサーキット, $e \in C \cap C' \Rightarrow$
 \mathcal{I} のあるサーキット C'' が存在して, $C'' \subseteq (C \cup C') - \{e\}$



弱消去公理: weak elimination property

マトロイドのサーキットの性質 (3): 証明

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドのサーキットの性質: 弱消去公理

C, C' は \mathcal{I} の異なるサーキット, $e \in C \cap C' \Rightarrow$
 \mathcal{I} のあるサーキット C'' が存在して, $C'' \subseteq (C \cup C') - \{e\}$

証明: C, C' は異なるサーキットであり, $e \in C \cap C'$ と仮定

- ▶ 前々ページの性質 (2) より, $C - C' \neq \emptyset$ かつ $C' - C \neq \emptyset$
- ▶ つまり, $C \cap C'$ は C, C' の真部分集合である
- ▶ サーキットの定義より, $C \cap C' \in \mathcal{I}$
- ▶ 特に, $r(C \cap C') = |C \cap C'|$
- ▶ C, C' は従属集合なので, $r(C) < |C|, r(C') < |C'|$
- ▶ 特に, $r(C) \leq |C| - 1, r(C') \leq |C'| - 1$

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドのサーキットの性質 : 弱消去公理

C, C' は \mathcal{I} の異なるサーキット, $e \in C \cap C' \Rightarrow$
 \mathcal{I} のあるサーキット C'' が存在して, $C'' \subseteq (C \cup C') - \{e\}$

証明 (続き) : したがって, 次の式が得られる

$$\begin{aligned}
 & \triangleright r((C \cup C') - \{e\}) \\
 & \leq r(C \cup C') && \text{(階数の単調性)} \\
 & \leq r(C) + r(C') - r(C \cap C') && \text{(階数の劣モジュラ性)} \\
 & \leq (|C| - 1) + (|C'| - 1) - r(C \cap C') && \text{(前ページで示した事項)} \\
 & = (|C| - 1) + (|C'| - 1) - |C \cap C'| && (C \cap C' \in \mathcal{I}) \\
 & = |C| + |C'| - |C \cap C'| - 2 \\
 & = |C \cup C'| - 2 = |(C \cup C') - \{e\}| - 1
 \end{aligned}$$

$\therefore C \cup C' - \{e\}$ は従属集合であり, サーキットを含む □

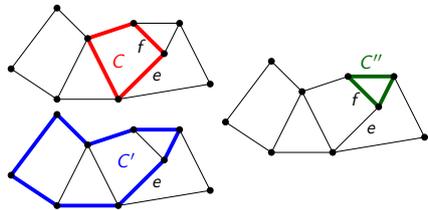
マトロイドのサーキットの性質 (4)

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドのサーキットの性質 : 強消去公理

C, C' は \mathcal{I} の異なるサーキット, $e \in C \cap C', f \in C - C' \Rightarrow$
 \mathcal{I} のあるサーキット C'' が存在して, $f \in C'' \subseteq (C \cup C') - \{e\}$

証明 : 演習問題



強消去公理 : strong elimination property

目次

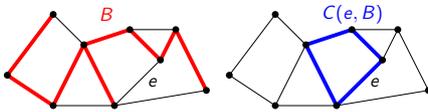
- ① マトロイドのサーキット : 復習
- ② サーキットの性質
- ③ 基本サーキットと同時交換公理
- ④ マトロイドに対する局所探索法
- ⑤ 今日のまとめ

独立集合に要素を追加して従属となるとき...

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

命題

任意の $X \in \mathcal{I}$ と任意の要素 $e \in E - X$ に対して,
 $X \cup \{e\}$ が従属ならば, $X \cup \{e\}$ は \mathcal{I} のサーキットをただ 1 つ含む



非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

命題

任意の $X \in \mathcal{I}$ と任意の要素 $e \in E - X$ に対して,
 $X \cup \{e\}$ が従属ならば, $X \cup \{e\}$ は \mathcal{I} のサーキットをただ1つ含む

証明: $X \cup \{e\}$ が従属ならば, サーキットの定義より, サーキットを含む

- ▶ 異なる2つのサーキット C, C' を $X \cup \{e\}$ が含むと仮定 (背理法)
- ▶ $X \in \mathcal{I}$ なので, $e \in C$ かつ $e \in C'$
- ▶ $\therefore e \in C \cap C'$
- ▶ 弱消去公理より, $(C \cup C') - \{e\}$ に含まれるサーキットが存在
- ▶ しかし, $(C \cup C') - \{e\} \subseteq X$ なので, $X \in \mathcal{I}$ に矛盾 □

基本サーキット (fundamental circuit)

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

命題

任意の $X \in \mathcal{I}$ と任意の要素 $e \in E - X$ に対して,
 $X \cup \{e\}$ が従属ならば, $X \cup \{e\}$ は \mathcal{I} のサーキットをただ1つ含む

命題の系 (ただちに分かること)

\mathcal{I} の任意の基 B と任意の要素 $e \in E - B$ に対して,
 $B \cup \{e\}$ は \mathcal{I} のサーキットをただ1つ含む

このサーキットを, B に関する e の**基本サーキット**と呼び,
 $C(e, B)$ で表す

基の同時交換公理 (simultaneous exchange property)

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドの基の性質: 同時交換公理

B, B' が \mathcal{I} の基 \Rightarrow 任意の $e \in B$ に対して, ある $e' \in B'$ が存在して,
 $(B - \{e\}) \cup \{e'\}, (B' - \{e'\}) \cup \{e\}$ も \mathcal{I} の基

注: 第3回講義で証明した基交換公理は以下の通り

マトロイドの基の性質: 基交換公理 (base exchange property)

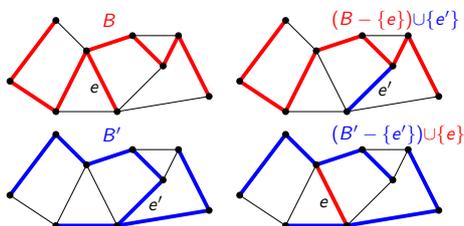
B, B' が \mathcal{I} の基 \Rightarrow 任意の $e \in B$ に対して, ある $e' \in B'$ が存在して,
 $(B - \{e\}) \cup \{e'\}$ も \mathcal{I} の基

基の同時交換公理: 例

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドの基の性質: 同時交換公理

B, B' が \mathcal{I} の基 \Rightarrow 任意の $e \in B$ に対して, ある $e' \in B'$ が存在して,
 $(B - \{e\}) \cup \{e'\}, (B' - \{e'\}) \cup \{e\}$ も \mathcal{I} の基



基の同時交換公理：証明の前に

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

補題 B

B が \mathcal{I} の基, $e, e' \in E$ に対して

$$e \in C(e', B) \Rightarrow (B - \{e\}) \cup \{e'\} \text{ も } \mathcal{I} \text{ の基}$$

証明: $e = e'$ のとき, $(B - \{e\}) \cup \{e'\} = B$ なので, これは基

- ▶ 次に, $e \neq e'$ のときを考える
- ▶ $(B - \{e\}) \cup \{e'\}$ が従属であると仮定 (背理法)
- ▶ $(B - \{e\}) \cup \{e'\}$ はサーキットを含む (それを C とする)
- ▶ $C \subseteq B$ であると $B \in \mathcal{I}$ と (I2) に矛盾するので, $e' \in C$
- ▶ 一方, $B \cup \{e'\}$ が含むサーキットはただ1つなので, $C = C(e', B)$
- ▶ $\therefore e \in C(e', B) \subseteq (B - \{e\}) \cup \{e'\}$
- ▶ これは, $e \notin (B - \{e\}) \cup \{e'\}$ に矛盾

基の同時交換公理：証明の前に (続き)

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

補題 B

B が \mathcal{I} の基, $e, e' \in E$ に対して

$$e \in C(e', B) \Rightarrow (B - \{e\}) \cup \{e'\} \text{ も } \mathcal{I} \text{ の基}$$

証明 (続き): したがって, $(B - \{e\}) \cup \{e'\}$ は独立

- ▶ ここで, $|B| = |(B - \{e\}) \cup \{e'\}|$
- ▶ 第3回講義補題 A より, $(B - \{e\}) \cup \{e'\}$ は基 □

マトロイドの基の性質：補題 A (第3回講義より)

B が \mathcal{I} の基, $X \in \mathcal{I}$, $|B| = |X| \Rightarrow X$ も \mathcal{I} の基

基の同時交換公理：証明 (1)

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$

マトロイドの基の性質：同時交換公理

B, B' が \mathcal{I} の基 \Rightarrow 任意の $e \in B$ に対して, ある $e' \in B'$ が存在して, $(B - \{e\}) \cup \{e'\}, (B' - \{e'\}) \cup \{e\}$ も \mathcal{I} の基

証明: $C' = C(e, B')$ とする

- ▶ 次の集合族 \mathcal{F} を考える (C は \mathcal{I} のサーキット族)

$$\mathcal{F} = \{C \in \mathcal{C} \mid e \in C \subseteq B \cup B', C - B \subseteq C' - B\}$$

- ▶ $C' \in \mathcal{F}$ なので, $\mathcal{F} \neq \emptyset$
- ▶ \mathcal{F} の要素 C で, $|C - B|$ を最小とするものを C^* とする
- ▶ このとき, $|C^* - B| \geq 1$ (なぜか?)

基の同時交換公理：証明 (1')

$|C^* - B| \geq 1$ (なぜか?)

- ▶ $|C^* - B| = 0$ だと仮定する
- ▶ つまり, $C^* \subseteq B$
- ▶ C^* は従属集合であり, $B \in \mathcal{I}$ なので, サーキットの定義に矛盾 □

主張

$$|C^* - B| = 1$$

主張の証明： $|C^* - B| \geq 2$ であると仮定 (背理法)

- ▶ $x \in C^* - B$ として, $C = C(x, B)$ とする
- ▶ このとき, 次が成立
 - ▶ $C \subseteq B \cup B'$ ($\because C^* \subseteq B \cup B'$)
 - ▶ $C - B \subseteq C' - B$ ($\because C - B = \{x\} \subseteq C^* - B \subseteq C' - B$)
 - ▶ $|C^* - B| > |C - B|$ ($\because |C^* - B| \geq 2, |C - B| = |\{x\}| = 1$)
- ▶ C^* の構成法から, $e \notin C$
- ▶ 強消去公理より, \mathcal{I} のサーキット C'' で次を満たすものが存在

$$e \in C'' \subseteq (C \cup C^*) - \{x\}$$

主張

$$|C^* - B| = 1$$

主張の証明 (続き) :

- ▶ 強消去公理より, \mathcal{I} のサーキット C'' で次を満たすものが存在

$$e \in C'' \subseteq (C \cup C^*) - \{x\}$$

- ▶ このとき, 次が成立
 - ▶ $C'' \subseteq B \cup B'$ ($\because C, C^* \subseteq B \cup B'$)
 - ▶ $C'' - B \subseteq C' - B$ ($\because C'' - B \subseteq ((C \cup C^*) - \{x\}) - B \subseteq (C - B) \cup (C^* - B) \subseteq C' - B$)
- ▶ したがって, $C'' \in \mathcal{F}$
- ▶ 一方, $|C'' - B| < |C^* - B|$ (なぜか?)
- ▶ これは C^* の構成法に矛盾 \square

$$|C'' - B| < |C^* - B| \quad (\text{なぜか?})$$

- ▶ $C'' \subseteq (C \cup C^*) - \{x\}$ かつ $C = C(x, B) \subseteq B \cup \{x\}$ より $C'' - B \subseteq ((C \cup C^*) - \{x\}) - B \subseteq C^* - B$
- ▶ $x \notin C''$ より, $x \notin C'' - B$
- ▶ 一方で, x の定義より, $x \in C^* - B$
- ▶ したがって, $C'' - B$ は $C^* - B$ の真部分集合
- ▶ ゆえに, $|C'' - B| < |C^* - B|$ \square

主張より, ある $e' \in E$ が存在して, $C^* - B = \{e'\}$

- ▶ このとき, $C^* = C(e', B)$ であり, $e \in C^*$
- ▶ また, $e' \in C^* - B \subseteq C' - B$ なので, $e' \in C' = C(e, B')$

ここまでで証明できたこと：まとめ

B, B' が \mathcal{I} の基 \Rightarrow 任意の $e \in B$ に対して, ある $e' \in B'$ が存在して, $e \in C(e', B)$ かつ $e' \in C(e, B')$

- ▶ したがって, 補題 B より, $(B - \{e\}) \cup \{e'\}, (B' - \{e'\}) \cup \{e\}$ も \mathcal{I} の基 \square

- ① マトroidのサーキット：復習
- ② サーキットの性質
- ③ 基本サーキットと同時交換公理
- ④ マトroidに対する局所探索法
- ⑤ 今日のまとめ

解きたい問題

マトroidの最大独立集合問題

有限集合 E 上のマトroid \mathcal{I} と重み $w: E \rightarrow \mathbb{R}_+$ に対して

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \sum_{e \in X} w(e) \\ & \text{subject to} && X \in \mathcal{I} \end{aligned}$$

第5回講義 (観察1): 最適解として, 基であるものが存在する

- ▶ つまり, 重み和が最大の基を見つければよい

マトroidに対する局所探索法 (local search)

局所探索法: 基本的な考え方

- ▶ 基を1つ, 常に保持する
- ▶ 要素を交換することで, 重み和の大きい基を見つける
- ▶ 交換で重み和を大きくできなくなったら, 終了

マトroidに対する局所探索法: アルゴリズムの記述

最大独立集合問題に対する局所探索アルゴリズム

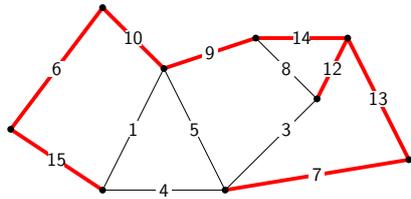
- 1 $B \leftarrow \mathcal{I}$ の任意の基
- 2 ある $e \in B$ とある $e' \in E - B$ に対して,

$$w(e) < w(e') \quad \text{かつ} \quad (B - \{e\}) \cup \{e'\} \text{ が } \mathcal{I} \text{ の基}$$
 ならば, $B \leftarrow (B - \{e\}) \cup \{e'\}$
- 3 そのような $e \in B$ と $e' \in E - B$ が存在する限り, 上を繰り返す
- 4 存在しないとき, B を出力して終了

基の取りうる重み和の種類は有限なので, このアルゴリズムも有限回の繰り返しで必ず停止する

最大独立集合問題に対する局所探索アルゴリズム

- 1 $B \leftarrow \mathcal{I}$ の任意の基
- 2 ある $e \in B$ とある $e' \in E - B$ に対して,
 $w(e) < w(e')$ かつ $(B - \{e\}) \cup \{e'\}$ が \mathcal{I} の基
 ならば, $B \leftarrow (B - \{e\}) \cup \{e'\}$
- 3 そのような $e \in B$ と $e' \in E - B$ が存在する限り, 上を繰り返す
- 4 存在しないとき, B を出力して終了



局所探索アルゴリズムの正当性

非空な有限集合 E , マトロイド $\mathcal{I} \subseteq 2^E$, 重み $w: E \rightarrow \mathbb{R}_+$

局所探索アルゴリズムの正当性

局所探索アルゴリズムの出力は最大独立集合問題の最適解である

証明の方針：

- ▶ アルゴリズムの出力を B , 最適解を B' とする
- ▶ **証明の目標** : $\sum_{e \in B} w(e) \geq \sum_{e \in B'} w(e)$ (これを示せば十分)
- ▶ そのために, 同時交換公理を用いる
- ▶ 実際は背理法で証明を進める

局所探索アルゴリズムの正当性：証明 (1)

- ▶ アルゴリズムの出力を B として, これが最適解ではないと仮定
- ▶ B' は最適解で, $|B \cap B'|$ が最大のものであるとする
 - ▶ B は最適解ではないので, $B \neq B'$
- ▶ 同時交換公理より,
 任意の $e \in B - B'$ に対して, ある $e' \in B' - B$ が存在して
 $(B - \{e\}) \cup \{e'\}$ と $(B' - \{e'\}) \cup \{e\}$ も基である
- ▶ B はアルゴリズムの出力なので, $w(e) \geq w(e')$

局所探索アルゴリズムの正当性：証明 (2)

- ▶ B' は最適解なので, $\sum_{f \in B'} w(f) \geq \sum_{f \in (B' - \{e'\}) \cup \{e\}} w(f)$
- ▶ すなわち, $w(e') \geq w(e)$
- ▶ $\therefore w(e) = w(e')$
- ▶ $\therefore (B' - \{e'\}) \cup \{e\}$ も最適解
- ▶ しかし,

$$|B \cap (B' - \{e'\}) \cup \{e\}| = |B \cap B'| + 1 > |B \cap B'|$$

- ▶ これは B' の選び方に **矛盾**

したがって, B は最適解である □

- ① マトロイドのサーキット：復習
- ② サーキットの性質
- ③ 基本サーキットと同時交換公理
- ④ マトロイドに対する局所探索法
- ⑤ 今日のまとめ

今回のまとめ

今日の目標

マトロイドのサーキットの基本的な性質を証明する

鍵となる概念

- ▶ 基本サーキット

基本サーキットを用いて、次を考える

- ▶ 基の同時交換公理
- ▶ 最大独立集合問題に対する局所探索アルゴリズム

残った時間の使い方

- ▶ 演習問題をやる
 - ▶ 相談推奨 (ひとりでやらない)
- ▶ 質問をする
 - ▶ 教員は巡回
- ▶ 退室時、小さな紙に感想など書いて提出する ← 重要
 - ▶ 内容は何でも OK
 - ▶ 匿名で OK