グラフとネットワーク
期末試験

2015 年 8 月 10 日
岡本 吉央

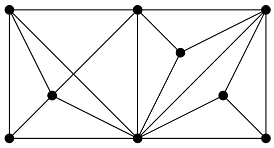
10:40–12:10．A4 用紙 (両面自筆書き込み) のみ持ち込み可．
携帯電話，タブレット等は**電源を切って**カバンの中にしまうこと．

採点終了次第，講義 web ページにて，得点分布，講評などを掲載する．
採点結果を知りたい場合は，解答用紙右上「評点」欄の中に 5 文字程度の適当なランダム文字列を記載のこと．(中間試験のものと異なっていてもよいが，覚えておくように．) 採点終了後，そのランダム文字列と得点の対応表を公開する．

問題 1 二部グラフ $G = (V, E)$ のすべての頂点の次数が同じであるとする．そして，この次数が 1 以上であると仮定する．

1. G の 2 つの部集合を A と B とするとき，$|A| = |B|$ が成り立つことを証明せよ．
2. G が A の頂点をすべて飽和するマッチングを持つことを証明せよ．
3. 以上より，G が完全マッチングを持つことを証明せよ．

問題 2 次の無向グラフにおける色数最小の彩色を与えよ．その彩色の色数が最小であることも証明せよ．



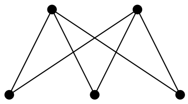
問題 3 次の 3 条件をどれも満たす 3 次元凸多面体をすべて挙げよ．なぜそうなるのか，理由も述べよ．

- 面として，正三角形と正方形を少なくとも 1 つずつ含む．
- 面として，正三角形と正方形以外を含まない．
- どの頂点においても，集まる面の数はちょうど 3 である．

問題 4 次の (A)，(B) のいずれか一方を選択して解答せよ．
(どちらを選んだか**明記**すること．(A) と (B) の双方を解答している場合は，どちらも採点されない．)

(A) 任意の外平面的グラフが 3 彩色可能であることを証明せよ．(ヒント : 四色定理を用いてもよい．)

(B) 次の図にあるグラフが単位円グラフであるかどうか，理由も付けて答えよ．



以上