グラフとネットワーク (9)　　2015 年 6 月 22 日

演習問題　　岡本 吉央

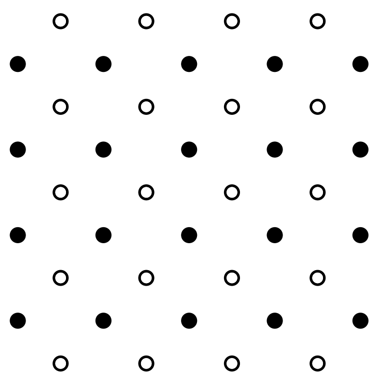
提出締切： 2015 年 6 月 29 日

復習問題 9.1 任意の連結無向グラフ $G = (V, E)$ と任意の辺 $e \in E$ を考える．このとき，G に e を含む閉路が存在するならば，$G - e$ は連結であることを証明せよ．

復習問題 9.2 任意の連結無向グラフが全域木を含むことを証明せよ．(ヒント：演習問題 9.1 の結果を用いてもよい．)

復習問題 9.3 任意の連結無向グラフ $G = (V, E)$ の任意の全域木 $T_1 = (V, E_1)$ と $T_2 = (V, E_2)$ を考える．このとき，任意の $e_1 \in E_1 - E_2$ に対して，ある $e_2 \in E_2 - E_1$ が存在して，$(T_1 - e_1) + e_2$ も G の全域木であることを証明せよ．(ヒント：演習問題 3.9 を用いてもよい．)

復習問題 (発展) 9.4 Bridg-It とは次の図にあるような盤面を使って遊ぶ 2 人ゲームである．(ルールは講義参照．)



先手と後手が最善を尽くすとき，先手が必ず勝てることを証明せよ．

補足問題 9.5 任意の連結無向グラフ $G = (V, E)$ と任意の G の全域木 $T = (V, F)$ を考える．このとき，任意の辺 $e \in E - F$ に対して，$T + e$ にはただ 1 つ閉路が存在して，その閉路は e を含むことを証明せよ．(ヒント：演習問題 3.6 の結果を用いてもよい．)

補足問題 9.6 任意の連結無向グラフ $G = (V, E)$ の任意の全域木 $T_1 = (V, E_1)$ と $T_2 = (V, E_2)$ を考える．このとき，任意の $e_2 \in E_2 - E_1$ に対して，ある $e_1 \in E_1 - E_2$ が存在して，$(T_1 + e_2) - e_1$ も G の全域木であることを証明せよ．(ヒント：演習問題 9.5 の結果を用いよ．)

追加問題 9.7 任意の連結無向グラフ $G = (V, E)$ の任意の全域木 $T_1 = (V, E_1)$ と $T_2 = (V, E_2)$ を考える．このとき，任意の $e_1 \in E_1 - E_2$ に対して，ある $e_2 \in E_2 - E_1$ が存在して，$(T_1 - e_1) + e_2$ と $(T_2 + e_1) - e_2$ のどちらも G の全域木であることを証明せよ．(注意：演習問題 9.3，9.6 との違いに注意せよ．)

追加問題 (発展) 9.8 Bridg-It において，下の図のような局面まで手が進んだとする．次に着手するのは後手である．ここから，先手と後手が最善を尽くすとき，後手が必ず勝てることを証明せよ．