

13:00-14:30. A4用紙(両面自筆書き込み)のみ持ち込み可.  
携帯電話, タブレット等は電源を切ってカバンの中にする.

採点終了次第, 講義 web ページにて, 得点分布, 講評などを掲載する.

採点結果を知りたい場合は, 解答用紙右上「評点」欄の中に5文字程度の適当なランダム文字列を記載のこと.(その文字列は覚えておくように.) 採点終了後, そのランダム文字列と得点の対応表を公開する.

**問題 1** 以下の2つの問いに答えよ.

1. 任意の命題  $P, Q$  に対して, 次が成り立つことを証明せよ. 真理値表を用いるとよい.

$$P \wedge (P \rightarrow Q) \Rightarrow Q.$$

2. 同値変形によって, 任意の命題関数  $P(x), Q(x)$  に対して

$$\exists x (P(x) \rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow \forall x (P(x)) \rightarrow \exists x (Q(x))$$

が成り立つことを証明せよ.

**問題 2** 集合  $A, B, C$  を次のように定める.

$$A = \{1, 3, 5\}, \quad B = \{1, 2, 3\}, \quad C = \{2, 4, 6\}.$$

このとき, 次の各集合が何であるか? その要素をすべて並べること(外延的定義)により答えよ. また, 各集合の要素数を答えよ. ただし, 集合  $X$  に対して,  $2^X$  で  $X$  の冪集合を表す.

- |                   |                 |                 |                     |
|-------------------|-----------------|-----------------|---------------------|
| 1. $A \cap B$ .   | 2. $A \cap C$ . | 3. $A \cup B$ . | 4. $A - B$ .        |
| 5. $A \times C$ . | 6. $2^C$ ,      | 7. $C^2$ .      | 8. $2^B \cap 2^C$ . |

**問題 3** 次の命題を背理法により証明せよ.

実数  $a, b$  が  $a^2 + b = 13$  と  $b \neq 4$  を満たすならば,  $a \neq 3$  が成り立つ.

**問題 4** 次の命題は正しいか, 正しくないか, 理由も付けて答えよ.

任意の集合  $A, B, C$  に対して,  $A \subseteq B$  ならば  $A - (B - C) \subseteq C$  が成り立つ.

**問題 5** 次の命題は正しいか, 正しくないか, 理由も付けて答えよ.

任意の集合  $A, B, C$  に対して,  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (B - C)$  が成り立つ.

**問題 6** 次の命題は正しいか, 正しくないか, 理由も付けて答えよ.

任意の集合  $A, B, C$  に対して,  $A - B = A - C$  ならば  $B = C$  が成り立つ.

以上