

提出締切：2015年5月29日

復習問題 7.1 任意の集合  $A, B$  と任意の  $x$  に対して、次が成り立つことを証明せよ。

$A \subseteq B$  かつ  $x \in A$  ならば、 $x \in B$  である。

復習問題 7.2 任意の集合  $A, B, C$  に対して、次が成り立つことを証明せよ。

$A \subseteq B$  かつ  $B \subseteq C$  ならば、 $A \subseteq C$  である。

復習問題 7.3 任意の集合  $A, B$  に対して、 $(A \cup B) - A \subseteq B$  が成り立つことを証明せよ。

復習問題 7.4 次の命題は正しいか、正しくないか、理由も付けて答えよ。

任意の集合  $A, B$  に対して、 $A \cap B = \emptyset$  ならば、 $A \subseteq A - B$  が成り立つ。

復習問題 7.5 次の命題は正しいか、正しくないか、理由も付けて答えよ。

任意の集合  $A, B$  に対して、 $A \subseteq B$  ならば、 $2^A \subseteq 2^B$  が成り立つ。

補足問題 7.6 任意の命題  $P, Q, R$  に対して、次が成り立つことを証明せよ。真理値表を用いるとよい。

1.  $P \wedge (P \rightarrow Q) \Rightarrow Q$ .
2.  $(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \Rightarrow \neg P$ .
3.  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \Rightarrow P \rightarrow R$ .
4.  $(P \vee Q) \wedge \neg P \Rightarrow Q$ .
5.  $P \wedge Q \Rightarrow P$ .

補足問題 7.7 任意の集合  $A, B$  と任意の  $x$  に対して、次が成り立つことを証明せよ。

$A \subseteq B$  かつ  $x \notin B$  ならば、 $x \notin A$  である。

補足問題 7.8 この問の目標は、有限集合  $A, B$  に対して、 $B \subseteq A$  ならば、 $|A - B| = |A| - |B|$  となることを証明することである。

1.  $B \subseteq A$  ならば、 $A \cap B = B$  が成り立つことを証明せよ。
2. 任意の命題  $P, Q$  に対して、 $P \Rightarrow P \vee Q$  が成り立つことを証明せよ。
3.  $B \subseteq A$  ならば、 $A \cup B = A$  が成り立つことを証明せよ。(ヒント： $A \cup B = A$  を証明するためには、 $A \cup B \subseteq A$  と  $A \subseteq A \cup B$  の両方を証明すればよい。 $A \cup B \subseteq A$  を証明するために、背理法を用いてみよ。)
4. 以上を踏まえて、 $|A - B| = |A| - |B|$  が成り立つことを証明せよ。(ヒント：包除原理。)

追加問題 7.9 次の命題は正しいか、正しくないか、理由も付けて答えよ。

任意の集合  $A, B, C$  に対して、 $A \cap B \subseteq A \cap C$  ならば、 $B \subseteq C$  が成り立つ。

追加問題 7.10 次の命題は正しいか、正しくないか、理由も付けて答えよ。

任意の集合  $A, B, C$  に対して、 $A \cap (C - (A \cap B)) \subseteq C - B$  が成り立つ。

追加問題 7.11 次の命題は正しいか、正しくないか、理由も付けて答えよ。

任意の集合  $A, B, C$  に対して、 $A \subseteq B$  ならば  $A - (B - C) \subseteq C$  が成り立つ。

追加問題 7.12 次の命題は正しいか、正しくないか、理由も付けて答えよ。

任意の集合  $A, B, C$  に対して、 $A - B \subseteq C$  ならば  $A - C \subseteq B$  が成り立つ。

(ヒント：補足問題 7.7 の結果を用いてみよ。)

追加問題 7.13 次の命題は正しいか, 正しくないか, 理由も付けて答えよ.

任意の集合  $A, B$  に対して,  $2^A \subseteq 2^B$  ならば,  $A \subseteq B$  が成り立つ.

追加問題 7.14 次の命題は正しいか, 正しくないか, 理由も付けて答えよ.

任意の集合  $A, B, C, D$  に対して,  $A \subseteq C$  かつ  $B \subseteq D$  ならば,  $A \times B \subseteq C \times D$  が成り立つ.

(ヒント: 証明すべき目標を見定めて, 集合の要素を表す記号を工夫せよ.)