

提出締切：2015年5月22日

復習問題 6.1 集合  $A$  を次のように定めるとき、 $A$  の要素数  $|A|$  はそれぞれ何であるか、答えよ。

1.  $A = \{a, c, t\}$ .
2.  $A = \emptyset$ .

復習問題 6.2 30人に対してあるアンケートを行った結果が以下の通りであった。なお、アンケートのすべての項目に30人全員が回答した。

- 30人中、6人は愛媛県に行ったことがある
- 30人中、10人はディズニーランドに行ったことがある
- 30人中、19人は愛媛県にもディズニーランドにも行ったことがない

このとき、愛媛県とディズニーランドの両方に行ったことがある人は30人中何人か？

復習問題 6.3 集合  $A, B$  を  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{c, d, e\}$  と定義するとき、次の集合がそれぞれ何であるか、その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ。

1.  $A \times B$ .
2.  $B \times A$ .

復習問題 6.4 集合  $A, B, C$  を  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{3\}$ ,  $C = \{4, 5\}$  と定義するとき、次の集合がそれぞれ何であるか、その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ。

1.  $A \times B$ .
2.  $B \times A$ .
3.  $A \times B \times C$ .
4.  $(A \times B) \times C$ .
5.  $A \times (B \times C)$ .

復習問題 6.5 集合  $A$  を次のように定めるとき、 $2^A$  はそれぞれ何になるか、その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ。

1.  $A = \{a, b, c\}$ .
2.  $A = \{a\}$ .
3.  $A = \emptyset$ .
4.  $A = \{\emptyset\}$ .

復習問題 6.6 任意の集合  $A, B, C$  に対して

$$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

が成り立つことを証明せよ。

補足問題 6.7 この問の目標は、有限集合  $A, B$  に対して、 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$  が成り立つことを証明することである。次の流れに沿って証明せよ。

1. 任意の命題変数  $P, Q$  に対して、 $(P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P$  が成り立つことを証明せよ。(真理値表による証明と同値変形による証明のどちらでも構わない。)
2. 上の小問の結果を用いて、任意の集合  $A, B$  に対して、 $(A - B) \cup (A \cap B) = A$  が成り立つことを証明せよ。
3. 任意の命題変数  $P, Q$  に対して、 $(P \wedge \neg Q) \wedge (P \wedge Q) \Leftrightarrow F$  が成り立つことを証明せよ。(真理値表による証明と同値変形による証明のどちらでも構わない。)
4. 上の小問の結果を用いて、任意の集合  $A, B$  に対して、 $(A - B) \cap (A \cap B) = \emptyset$  が成り立つことを証明せよ。
5. 以上を踏まえて、有限集合  $A, B$  に対して、 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$  が成り立つことを証明せよ。

追加問題 6.8 集合  $A, B$  を  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{a, b, c\}$  と定義するとき、次の集合がそれぞれ何であるか、その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ。

1.  $A \times B$ .
2.  $A^2$ .
3.  $2^A \cap 2^B$ .
4.  $2^A \cup 2^B$ .
5.  $A \times \emptyset$ .
6.  $\emptyset \times B$ .

追加問題 6.9 1以上100以下の自然数の中で、2の倍数でも3の倍数でもないものはいくつあるか？答えよ。

**追加問題 6.10** 任意の集合  $A, B, C$  に対して,  $(A \cap (C - B)) \times (B \cap (C - A)) = (A \times B) \cap ((C - B) \times (C - A))$  が成り立つことを証明せよ.

**追加問題 6.11** 次の命題は正しいか, 正しくないか, 理由も付けて答えよ.

任意の集合  $A, B, C$  に対して,  $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$  が成り立つ.

**追加問題 (発展) 6.12** 次の命題は正しいか, 正しくないか. 理由も付けて答えよ.

任意の集合  $A, B, C$  に対して,  $A \times C = B \times C$  ならば  $A = B$  である.

---

**復習問題 6.13** 任意の集合  $A$  に対して,  $\emptyset \subseteq A$  が成り立つことを証明せよ.