グラフとネットワーク	**2014 年 6 月 27 日**
中間試験	岡本 吉央

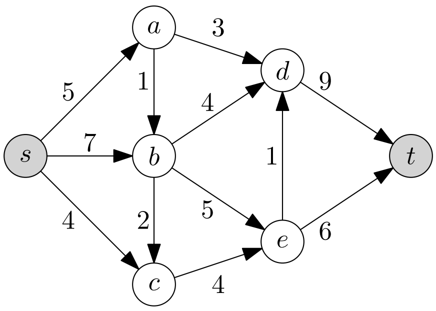
10:40–12:10．A4 用紙 (両面自筆書き込み) のみ持ち込み可．
携帯電話，タブレット等は**電源を切って**カバンの中にしまうこと．

採点終了次第，講義 web ページにて，得点分布，講評などを掲載する．
採点結果を知りたい場合は，解答用紙右上「評点」欄に 5 文字程度の適当なランダム文字列を記載のこと．(その文字列は覚えておくように．) 採点終了後，そのランダム文字列と得点の対応表を公開する．

問題 1. 有向グラフ G を考える．このとき，$\delta^+(G) \geq 1$ ならば，G が有向閉路を含むことを証明せよ．(注意：$\delta^+(G)$ は G の最小出次数を表す．)

問題 2. すべての頂点の次数が 5 であるような連結無向グラフで，完全マッチングを持たないものを構成せよ．なぜ完全マッチングを持たないのか，説明せよ．(注意：次数が「5」であることを要求している．「3」ではないことに注意．)

問題 3. 次の有向グラフにおいて，s から t へ至る最大流を 1 つ見つけよ．また，それが最大流であることを証明せよ．

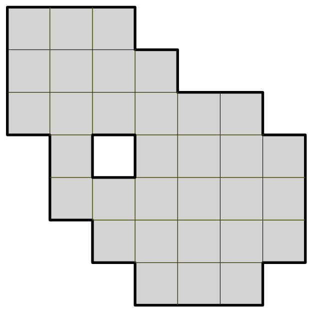


各弧の横に添えられている数はその弧の容量を表す．(注意：増加道法を動かした様子を証明において記述する必要はない (記述しない方がよい)．それによって見つかった流れが最大流であることを証明するために，弱双対性を利用せよ．)

問題 4. 次の (A)，(B) のいずれか一方を選択して解答せよ．((A) と (B) の双方を解答している場合は，どちらも採点されない．)

(A) 連結無向グラフ $G = (V, E)$ が $|E| = |V| - 1$ を満たすならば，G は木であることを証明せよ．(ヒント：握手補題と帰納法を用いる．証明すべきことが何であるのか，注意せよ．)

(B) 次の灰色の部分で表された図形に 1×2 の長方形をいくつか重なりあうことなく置くことで，この図形全体を覆うことができるだろうか？ 理由も付けて答えよ．



以上