グラフとネットワーク　　　　2014 年 8 月 8 日
期末試験　　　　岡本 吉央

10:40–12:10．A4 用紙 (両面自筆書き込み) のみ持ち込み可．
携帯電話，タブレット等は**電源を切って**カバンの中にしまうこと．

採点終了次第，講義 web ページにて，得点分布，講評などを掲載する．
採点結果を知りたい場合は，解答用紙右上「評点」欄に 5 文字程度の適当なランダム文字列を記載のこと．(その文字列は覚えておくように．中間試験のときのものと異なっていてもよい．) 採点終了後，そのランダム文字列と得点の対応表を公開する．

問題 1. 次のような架空のリーグ戦における途中経過を考える．

チーム名	勝数	残り試合数	A	B	C	D
A	83	8	–	1	6	1
B	79	4	1	–	0	3
C	78	7	6	0	–	1
D	76	5	1	3	1	–

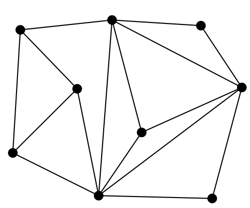
最終的に勝数が最も多いチームが優勝する．この状況で，チーム B にまだ優勝の可能性があるかどうか判定したい．

(1) チーム B の優勝可能性判定問題を最大流問題としてモデル化せよ．

(2) 小問 (1) で得られた問題に対する最大流は何か？また最小 s, t カットは何か？最大流の値と最小カットの容量が一致することを確かめよ．

(3) 小問 (1)，(2) の結果より，チーム B にまだ優勝の可能性があるかどうか，答えよ．

問題 2. 次の無向グラフにおける色数最小の彩色を与えよ．その彩色の色数が最小であることも証明せよ．

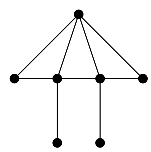


問題 3. 各面が正五角形か正六角形であるような 3 次元凸多面体において，正五角形である面の数が必ず 12 になることを証明せよ．
(ヒント：3 次元凸多面体のグラフが平面的であるという事実を用いてもよい．まず，各頂点の次数が 3 であることを確認せよ．)

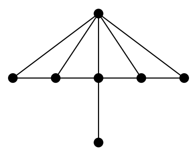
問題 4. 次の (A)，(B) のいずれか一方を選択して解答せよ．
(どちらを選んだか**明記**すること．(A) と (B) の双方を解答している場合は，どちらも採点されない．)

(A)
1. 頂点数 7 の無向グラフで，その最小次数が 4 であり，大域点連結度が 4 以下であるものを構成せよ．構成した無向グラフがそれらの性質を持つことも明確に説明せよ．
2. 頂点数 7 の無向グラフで，その最小次数が 4 であり，大域点連結度が 3 以下であるものを構成せよ．構成した無向グラフがそれらの性質を持つことも明確に説明せよ．
(注：小問 1 で構成したグラフが既に「大域点連結度が 3 以下である」という性質も満たしているならば，それに言及するだけでよく，この小問のために，他のグラフを構成する必要はない．)

(B)
1. 次のグラフが区間グラフで <u>ある</u> ことを証明せよ．



2. 次のグラフが区間グラフ <u>ではない</u> ことを証明せよ．



以上