

提出締切：2014年6月13日

復習問題 9.1 砂漠で遭難した人々をオアシスで救護したい。遭難者は8人おり、オアシスは3か所ある。遭難者は携帯電話によって決められた場所まで歩くよう誘導できる。各オアシスに対して、各遭難者までの距離と救護可能人数は次の通りである。

距離 (km)	遭難者								救護可能人数 (人)
	1	2	3	4	5	6	7	8	
オアシス A	3	2	1	3	4	2	4	1	3
オアシス B	1	1	1	5	1	1	2	3	3
オアシス C	2	4	4	2	4	2	1	2	4

このとき、どの遭難者も3km以上歩かせずに、全員救護できるか、判定したい。

- (1) この問題を最大流問題としてモデル化せよ。
- (2) 問(1)で得られた問題に対する最大流は何か？また、最小  $s, t$  カットは何か？最大流の値と最小  $s, t$  カットの値が一致することを確かめよ。
- (3) 上問の結果より、全員救護できるかできないか答えよ。また、全員救護できないとき、最大何人まで救護できるか答えよ。

復習問題 9.2 次の表は、Major League Baseball アメリカンリーグ東地区の1996年8月30日の時点での対戦成績である<sup>1</sup>。ここで、NYYはニューヨーク・ヤンキース、BALはボルティモア・オリオールズ、BOSはボストン・レッドソックス、TORはトロント・ブルージェイズ、DETはデトロイト・タイガースをそれぞれ表す。

チーム名	勝数	敗数	残り試合数	NYY	BAL	BOS	TOR	DET	他地区
NYY	75	59	28	-	3	8	7	3	7
BAL	71	63	28	3	-	2	7	4	12
BOS	69	66	27	8	2	-	0	0	17
TOR	63	72	27	7	7	0	-	0	13
DET	49	86	27	3	4	0	0	-	20

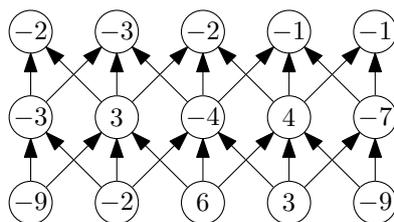
最終的に勝数が最も多いチームが優勝する。この状況で、デトロイト・タイガースが地区優勝可能かどうか判定したい。

- (1) デトロイト・タイガースの優勝可能性判定問題を最大流問題としてモデル化せよ。
- (2) 問(1)で得られた問題に対する最大流は何か？また最小  $s, t$  カットは何か？最大流の値と最小  $s, t$  カットの容量が一致することを確かめよ。
- (3) 上問の結果より、デトロイト・タイガースにまだ優勝の可能性があるかどうか、答えよ。

次のページに続く

<sup>1</sup><http://lyle.smu.edu/~olinick/riot/detroit.html>

復習問題 9.3 次のような有向グラフを考える．各頂点に付与されている数はその頂点の重みを表す．



考える問題は，次の条件を満たす頂点部分集合  $X$  でその頂点重み和が最大のものを見つけることである．

頂点  $x, y$  に対して，弧  $(x, y)$  が存在し， $x \in X$  であるとき， $y \in X$  も成り立つ．

- (1) この問題を最小  $s, t$  カット問題としてモデル化せよ．
- (2) 問 (1) で得られた問題に対する最小  $s, t$  カットは何か？また，最大流は何か？最大流の値と最小  $s, t$  カットの容量が一致することを確認せよ．
- (3) 上問の結果を用いて，上の条件を持つ頂点部分集合の中で，頂点重み和が最大のものが何であるか，答えよ．

追加問題 9.4 問題 9.1 における状況で，どの遭難者も 2 km 以上歩かせずに，全員救護できるか，考える．

- (1) この問題を最大流問題として定式化せよ．
- (2) その問題における最大流は何か？また最小  $s, t$  カットは何か？最大流の値と最小  $s, t$  カットの容量が一致することを確認せよ．
- (3) 上問の結果より，全員救護できるかできないか答えよ．また全員救護できないとき，最大何人まで救護できるか答えよ．

追加問題 9.5 次のような架空のリーグ戦における途中経過を考える．

チーム名	勝数	残り試合数	A	B	C	D
A	83	8	-	1	6	1
B	79	4	1	-	0	3
C	78	7	6	0	-	1
D	76	5	1	3	1	-

最終的に勝数が最も多いチームが優勝する．この状況で，チーム B にまだ優勝の可能性があるかどうか判定したい．

- (1) チーム B の優勝可能性判定問題を最大流問題としてモデル化せよ．
- (2) 問 (1) で得られた問題に対する最大流は何か？また最小  $s, t$  カットは何か？最大流の値と最小カットの容量が一致することを確認せよ．
- (3) 上問の結果より，チーム B にまだ優勝の可能性あるかどうか，答えよ．

次のページに続く

追加問題 9.6 Y大学のZ学科では次のような講義が開講される。講義の履修には、それが前提とする講義をすべて先に履修しなければならない。しかし、いくつかの講義は厄介で、それを履修して得られる知識・技術が、そのためのコストに比べて著しく小さいものがある。それを考慮して、各講義の利得を算出したものを以下の表にまとめた。

講義名	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
前提とする講義	なし	なし	なし	なし	A, B	C	B, C	D	F	G	G, H
利得	1	-1	2	1	-2	1	-1	-1	2	-1	2

同じ時間帯に開講される講義はないものとする。このとき、利得和を最大とするように履修計画を立てたい。

- (1) この問題を最小  $s, t$  カット問題としてモデル化せよ。(ヒント：露天掘り問題を参考にせよ。)
- (2) 問 (1) で得られた問題に対する最小  $s, t$  カットは何か？ また最大流は何か？ 最小  $s, t$  カットの容量と最大流の値が一致することを確認せよ。
- (3) 上問の結果より、利得和を最大とするような履修計画が何であるか、1つ答えよ。