

最適化手法 第7回

ネットワーク最適化 (1) : ネットワークの導入, ネットワークによるモデリング

岡本 吉央

okamotoy@uec.ac.jp

2013年5月31日

最終更新 : 2013年5月30日 15:22

今日の概要

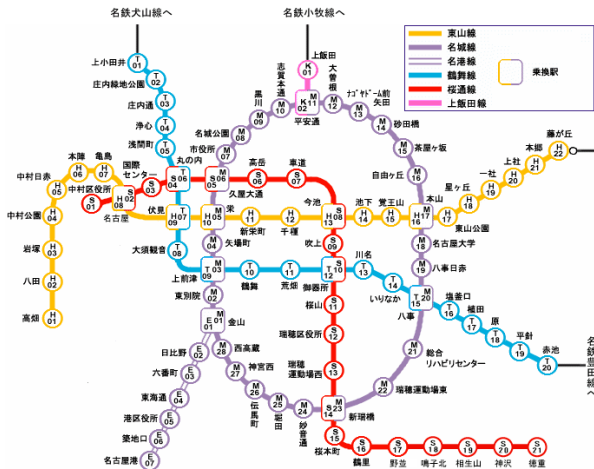
今日の目標

- ▶ グラフに関する用語を理解して，正しく使えるようになる

目次

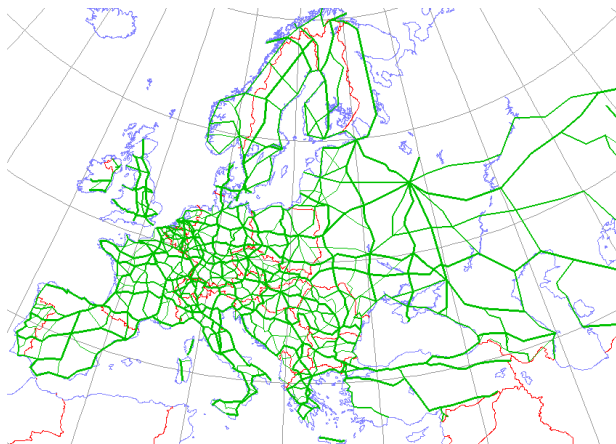
- ① ネットワークの展覧会
- ② グラフの定義
- ③ グラフの用語
- ④ 今日のまとめと今後の予告

路線図



http://www.kotsu.city.nagoya.jp/subway/sub_route.html

道路ネットワーク



http://en.wikipedia.org/wiki/File:International_E_Road_Network_green.png

輸送ネットワーク

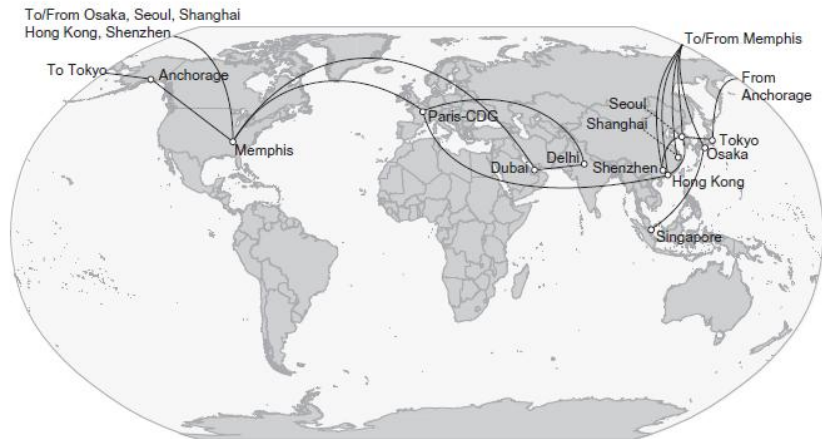
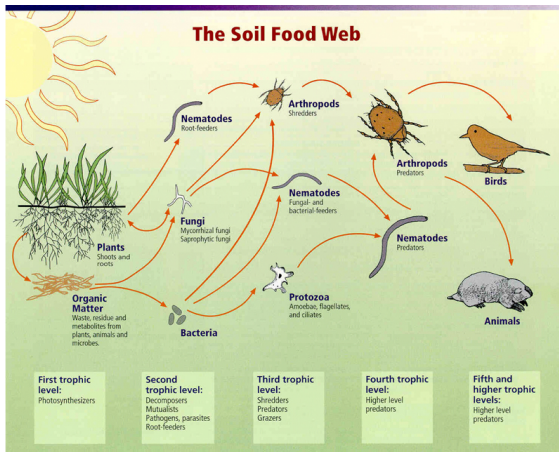


Fig. 8. FedEx Boeing 777-200LRF direct lanes. Source: FedEx (2011b).

J. T. Bowen Jr. (2012), *J. Trans. Geography*, 24, pp. 419–431

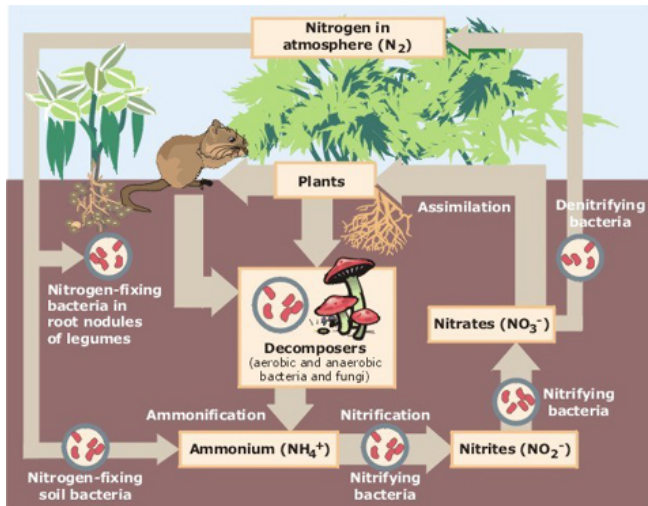
食物網



Relationships between soil food web, plants, organic matter, and birds and mammals
 Image courtesy of USDA Natural Resources Conservation Service
http://soils.usda.gov/sqi/soil_quality/soil_biology/soil_food_web.html

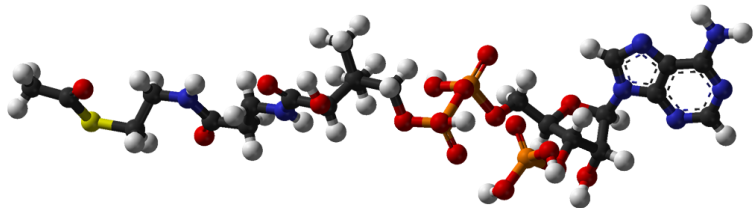
http://en.wikipedia.org/wiki/File:Soil_food_webUSDA.jpg

窒素循環



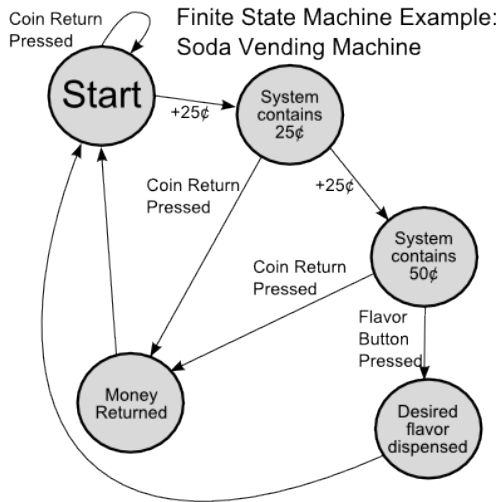
http://en.wikipedia.org/wiki/File:Nitrogen_Cycle.jpg

分子模型



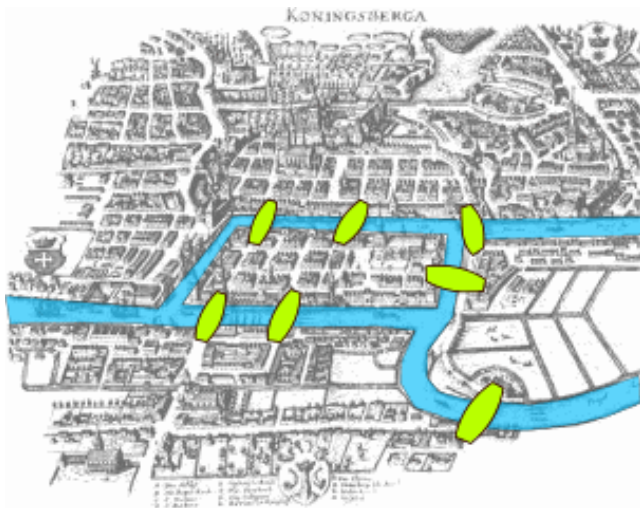
<https://en.wikipedia.org/wiki/Acetyl-CoA>

状態遷移図



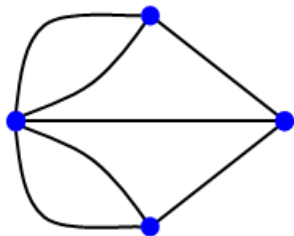
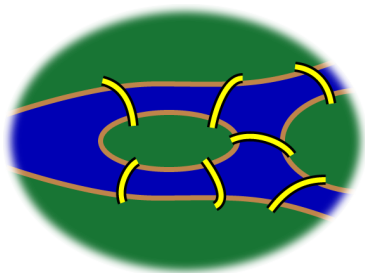
<http://automatown.org/automata>

ケーニヒスベルクの橋の問題 (オイラー, 1735 年)



http://en.wikipedia.org/wiki/File:Koenigsberg_bridges.png

ケーニヒスベルクの橋の問題：続き



http://en.wikipedia.org/wiki/Seven_Bridges_of_Königsberg

これらの例に共通すること

間違った認識

現実世界にはたくさんネットワークが存在する

正しい認識

現実世界にはたくさんネットワークと見なせることが存在する

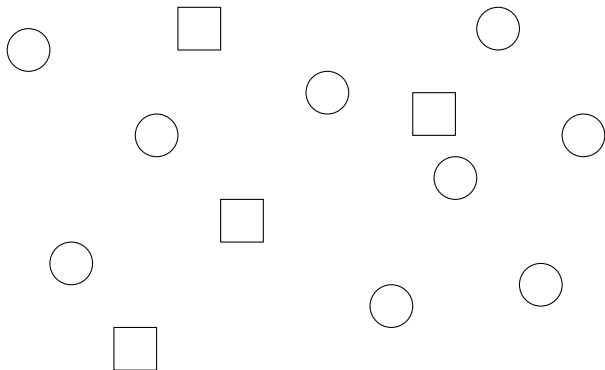
- ▶ 「ネットワーク」としてモデル化
- ▶ 数学的には「グラフ」として定義

その他の例は今後の講義の中で

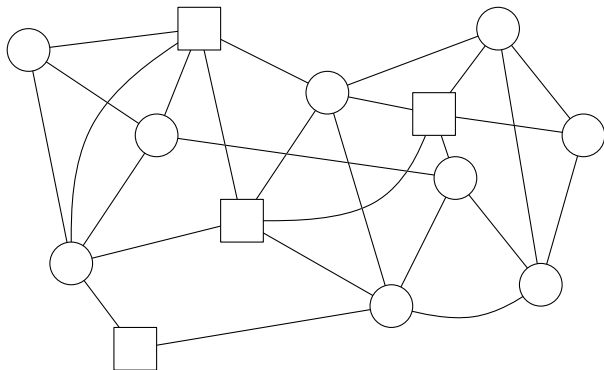
目次

- ① ネットワークの展覧会
- ② **グラフの定義**
- ③ グラフの用語
- ④ 今日のまとめと今後の予告

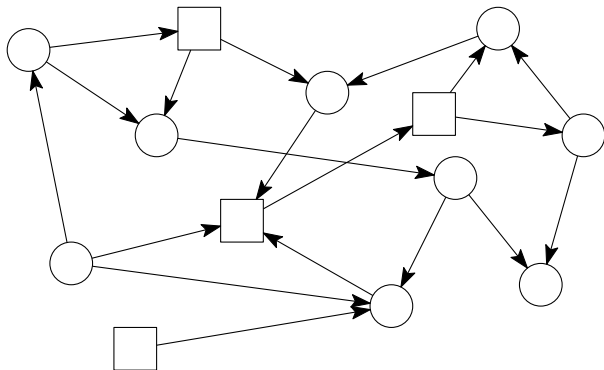
グラフの構成要素：頂点 (節点ともいう)



グラフの構成要素：辺 (枝ともいう) — 向きがない場合



グラフの構成要素：辺 (枝ともいう) — 向きがある場合



グラフの数学的な定義 — 向きがない場合

「無向グラフ $G = (V, E)$ 」とは？

- ▶ 意味：グラフ G は集合 V と E の組

V は G の頂点集合

- ▶ V の要素は G の頂点

E は G の辺集合

- ▶ E の要素は G の辺で， G の頂点を 2 つ集めた集合

例

グラフ $G = (V, E)$

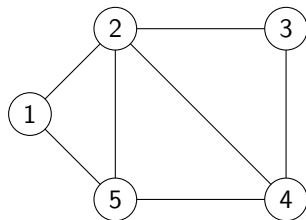
- ▶ $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ▶ $E = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}\}$

グラフの数学的な定義 — 向きがない場合：図示

例

グラフ $G = (V, E)$

- ▶ $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ▶ $E = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}\}$



グラフの数学的な定義 — 向きがある場合

「有向グラフ $G = (V, E)$ 」とは？

- ▶ 意味：グラフ G は集合 V と E の組

V は G の頂点集合

- ▶ V の要素は G の頂点

E は G の辺集合

- ▶ E の要素は G の辺で， G の頂点を 2 つ並べた組の集合

例

グラフ $G = (V, E)$

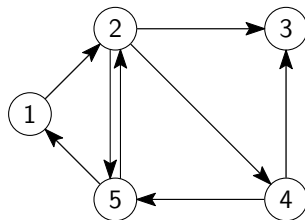
- ▶ $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ▶ $E = \{(1, 2), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (4, 5)\}$

グラフの数学的な定義 — 向きがある場合：図示

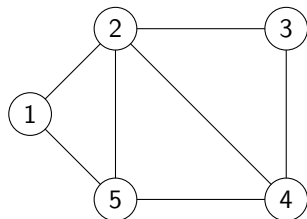
例

グラフ $G = (V, E)$

- ▶ $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ▶ $E = \{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (4, 3), (4, 5), (5, 1), (5, 2)\}$

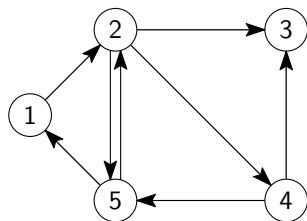


隣接性と接続性：無向グラフ



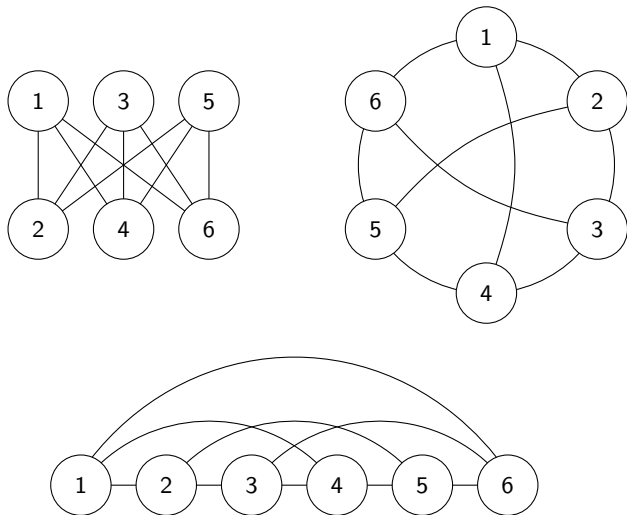
- ▶ 頂点 1 と頂点 5 は隣接している
- ▶ 頂点 1 と頂点 3 は隣接していない
- ▶ 頂点 2 は辺 $\{1, 2\}$ に接続している
- ▶ 辺 $\{1, 2\}$ は頂点 2 に接続している
- ▶ 頂点 5 は辺 $\{3, 4\}$ に接続していない
- ▶ 頂点 3 は辺 $\{2, 3\}$ の端点である
- ▶ 頂点 4 は辺 $\{2, 3\}$ の端点ではない

隣接性と接続性：有向グラフ

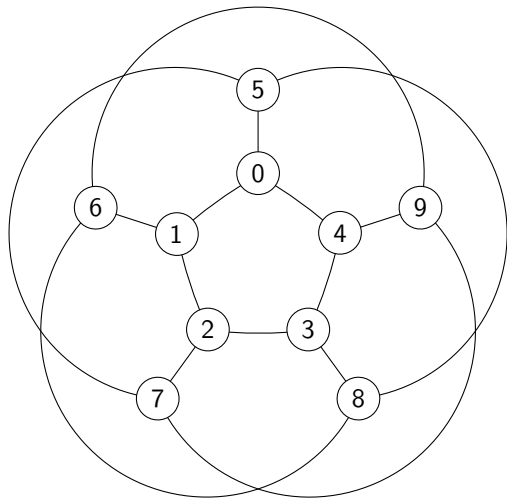
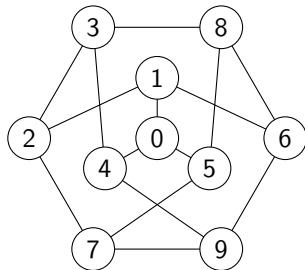
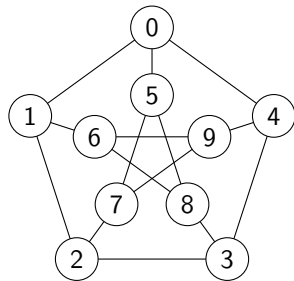


- ▶ 頂点 1 と頂点 5 は隣接している
- ▶ 頂点 1 と頂点 3 は隣接していない
- ▶ 頂点 2 は辺 (1, 2) に接続している
- ▶ 辺 (1, 2) は頂点 2 に接続している
- ▶ 頂点 5 は辺 (1, 2) に接続していない
- ▶ 頂点 3 は辺 (2, 3) の終点である
- ▶ 頂点 2 は辺 (2, 3) の始点である
- ▶ 頂点 3 は辺 (2, 3) の始点ではない

同じグラフの異なる描き方 (1)



同じグラフの異なる描き方 (2)



振り返ってみる

はじめに見た例において，次が何であるか確認してみる

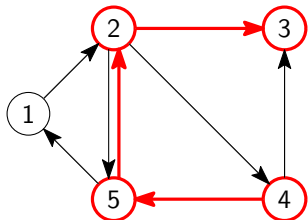
- ▶ 考えているグラフは有向グラフか？ 無向グラフか？
- ▶ グラフの頂点は，現実世界の何に対応しているか？
- ▶ グラフの辺は，現実世界の何に対応しているか？

目次

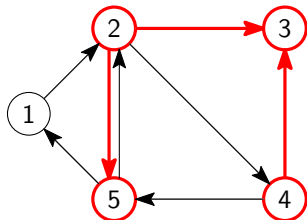
- ① ネットワークの展覧会
- ② グラフの定義
- ③ グラフの用語**
- ④ 今日のまとめと今後の予告

グラフにおける道 (路, path) — 有向グラフの場合

道 (または, 路) とは, 頂点と辺を一続きに選んだ系列



道である



道ではない

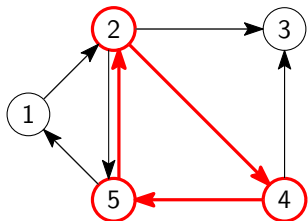
- ▶ 系列として書く : 4, (4, 5), 5, (5, 2), 2, (2, 3), 3
- ▶ 道の始点と終点 : 始点は頂点 4, 終点は頂点 3
- ▶ 道の長さ (辺の数) : 3

同じ頂点や辺が繰り返し現れてもよいものとする

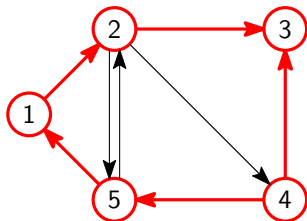
(よいとしない流儀もある)

グラフにおける閉路 (cycle) — 有向グラフの場合

閉路とは、頂点と辺を一続きに選んで、はじめに戻ってくる系列



閉路である



閉路ではない

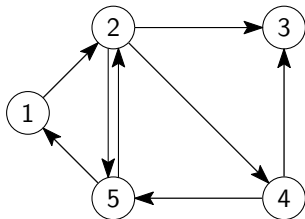
- ▶ 系列として書く : 2, (2, 4), 4, (4, 5), 5, (5, 2), 2
- ▶ 閉路の長さ (辺の数) : 3

同じ頂点や辺が繰り返し現れてもよいものとする

(よいとしない流儀もある)

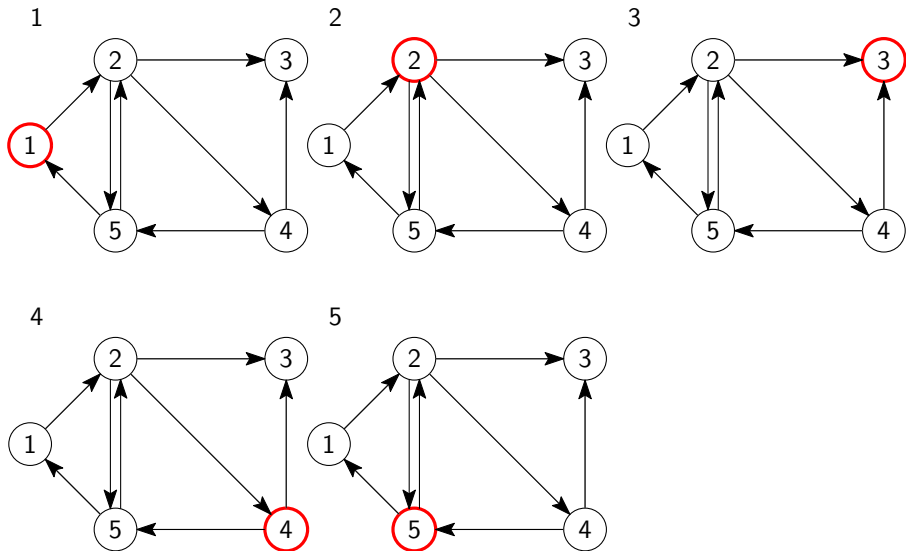
例題

このグラフにはいくつ道があるか？

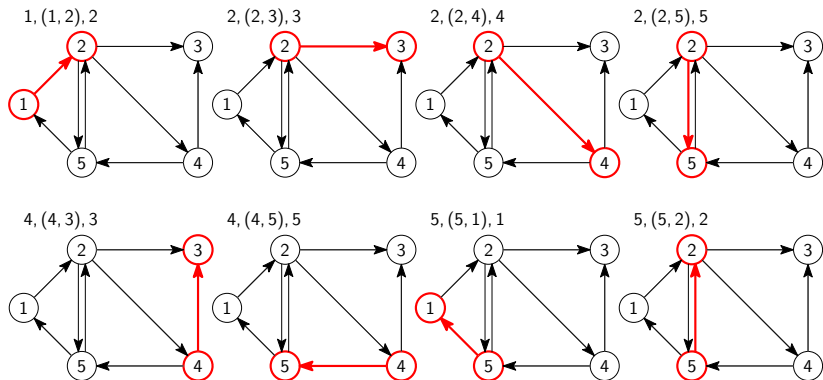


長さ0の道，1の道，2の道，3の道だけ考えてみる

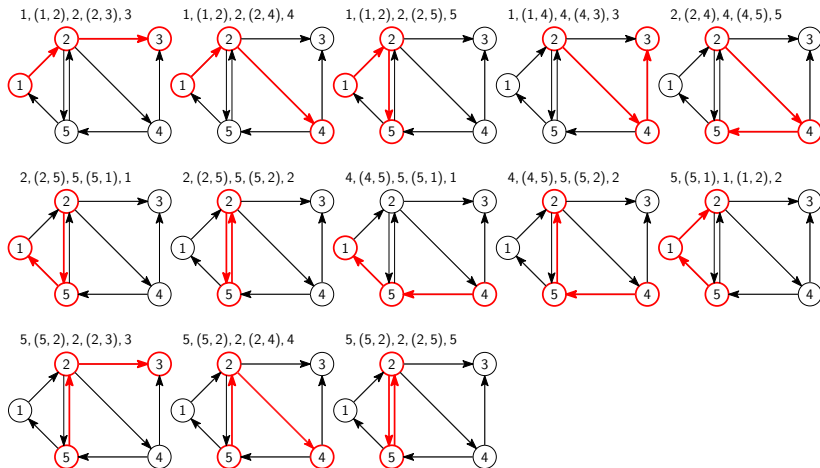
例題：長さ0の道



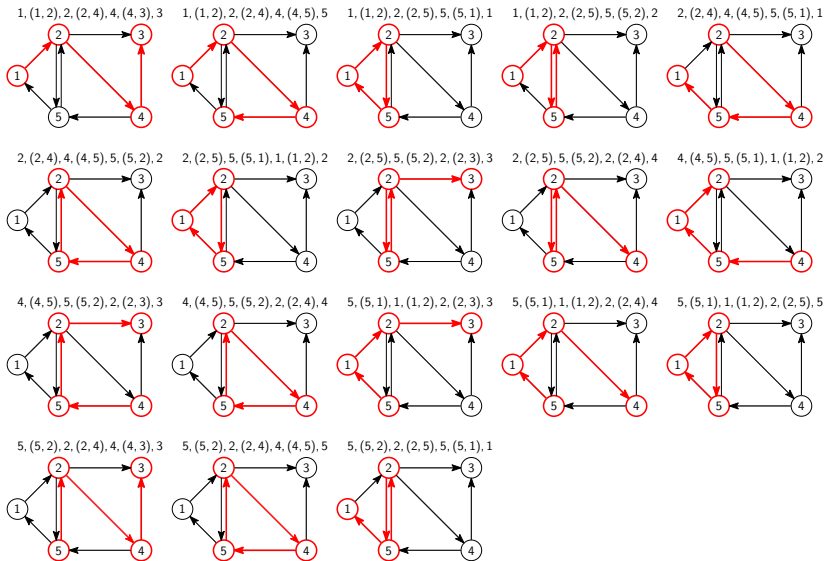
例題：長さ 1 の道



例題：長さ 2 の道



例題：長さ3の道



目次

- ① ネットワークの展覧会
- ② グラフの定義
- ③ グラフの用語
- ④ 今日のまとめと今後の予告

今日のまとめと今後の予告

今日のまとめ：今日の目標

- ▶ グラフに関する用語を理解して，正しく使えるようになる

今後の予告：ネットワークに関わる3つの最適化問題

- ▶ 最短路問題
- ▶ 最大流問題
- ▶ 最小費用流問題

注：ネットワークに関わる最適化問題は他にもたくさんある

復習テスト2は6月28日

目次

- ① ネットワークの展覧会
- ② グラフの定義
- ③ グラフの用語
- ④ 今日のまとめと今後の予告