最適化手法 第 3 回
整数計画法 (3)：緩和問題とその威力

岡本 吉央
okamotoy@uec.ac.jp

2013 年 4 月 26 日

最終更新：2014 年 4 月 24 日　07:55

今日の概要

今日の目標

- 整数計画問題とその緩和問題 (線形計画緩和) の関係を理解する
- ナップサック問題の線形計画緩和を解く手順を理解する

今日考えたい問題 (準備)：ナップサック問題を解く

ナップサック問題

$$
\begin{array}{|ll}
\underset{x}{\text{最大化}} & 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \\
\text{条　件} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 4, \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}
\end{array}
$$

商品	1	2	3	4
収入 [万円]	3	4	1	2
重さ [kg]	2	3	1	3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

どう解くか？

とりあえず「よさそう」な許容解を作ってみる

今日考えたい問題 (準備)：商品の効率

商品の「よさ」: 直感に基づく考察

- 収入の大きな商品ほど，よい
- 重さの小さな商品ほど，よい

$\rightsquigarrow$ 「収入 / 重さ」の大きな商品ほど，よい

商品の効率 $=$ 商品の収入 / 商品の重さ

商品	1	2	3	4
収入 [万円]	3	4	1	2
重さ [kg]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

今日考えたい問題 (準備)：貪欲法

次の貪欲法で「よさそう」な許容解を作ってみる

アルゴリズム：貪欲法

- 効率の大きな順にナップサックに商品を詰む
- しかし，重量制限を満たせないときは詰まない

商品	1	2	3	4
収入 [万円]	3	4	1	2
重さ [kg]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

この場合，商品 1 と 3 を詰んで終了

今日考えたい問題 (準備)：貪欲法の実行例

アルゴリズム：貪欲法

- 効率の大きな順にナップサックに商品を詰む
- しかし，重量制限を満たせないときは詰まない

商品	1	2	3	4
収入 [万円]	3	4	1	2
重さ [kg]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

今日考えたい問題 (準備)：貪欲法の実行例

アルゴリズム：貪欲法

- 効率の大きな順にナップサックに商品を詰む
- しかし，重量制限を満たせないときは詰まない

商品	1	2	3	4
収入 [万円]	3	4	1	2
重さ [kg]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

- 効率 1 位の商品は商品 1 →詰む　(残り重量 2 kg)

今日考えたい問題 (準備)：貪欲法の実行例

アルゴリズム：貪欲法

- 効率の大きな順にナップサックに商品を詰む
- しかし，重量制限を満たせないときは詰まない

商品	1	2	3	4
収入 [万円]	3	4	1	2
重さ [kg]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

- 効率 1 位の商品は商品 1 →詰む (残り重量 2 kg)
- 効率 2 位の商品は商品 2 →詰まない (残り重量 2 kg)

今日考えたい問題 (準備)：貪欲法の実行例

アルゴリズム：貪欲法

- 効率の大きな順にナップサックに商品を詰む
- しかし，重量制限を満たせないときは詰まない

商品	1	2	3	4
収入 [万円]	3	4	1	2
重さ [kg]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

- 効率 1 位の商品は商品 1 →詰む (残り重量 2 kg)
- 効率 2 位の商品は商品 2 →詰まない (残り重量 2 kg)
- 効率 3 位の商品は商品 3 →詰む (残り重量 1 kg)

今日考えたい問題 (準備)：貪欲法の実行例

アルゴリズム：貪欲法

- 効率の大きな順にナップサックに商品を詰む
- しかし，重量制限を満たせないときは詰まない

商品	1	2	3	4
収入 [万円]	3	4	1	2
重さ [kg]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

- 効率 1 位の商品は商品 1 →詰む (残り重量 2 kg)
- 効率 2 位の商品は商品 2 →詰まない (残り重量 2 kg)
- 効率 3 位の商品は商品 3 →詰む (残り重量 1 kg)
- 効率 4 位の商品は商品 4 →詰まない (終了)

今日考えたい問題：作った許容解の目的関数値と最適値の近さ

貪欲法で作った解

商品 1 と 3 をナップサックに詰む (目的関数値 $= 4$)

疑問

貪欲法で作った解の目的関数値は最適値にどれくらい近いのか？

商品	1	2	3	4
収入 [万円]	3	4	1	2
重さ [kg]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

考察：許容解と最適解の目的関数値

貪欲法で作った解

商品 1 と 3 をナップサックに詰む (目的関数値 $= 4$)

ナップサック問題は最大化問題なので，任意の許容解に対して

$$\boxed{\text{最適値}} \geq \boxed{\text{その許容解の目的関数値}}$$

貪欲法で作った解は許容解なので

$$\boxed{\text{最適値}} \geq 4$$

つまり，4 は最適値の「下界」(かかい)

0

4

objective value

optimal value somewhere in this region

目次

01 整数計画問題から線形計画問題を得る

01 整数計画問題

$$\begin{array}{|ll} \underset{x_1,x_2}{\text{最大化}} & 2x_1 + x_2 \\ \text{条　件} & 4x_1 + 6x_2 \leq 9, \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 1, \\ & x_1, x_2 \in \{0, 1\} \end{array}$$

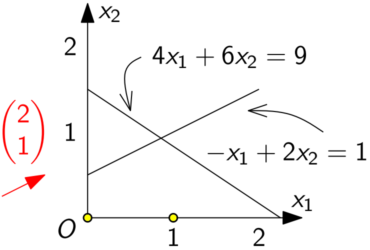
その**線形計画緩和** (linear programming relaxation)

$$\begin{array}{|ll} \underset{x_1,x_2}{\text{最大化}} & 2x_1 + x_2 \\ \text{条　件} & 4x_1 + 6x_2 \leq 9, \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 1, \\ & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{R} \end{array}$$

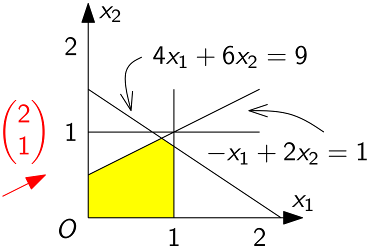
作り方：$x \in \{0, 1\} \rightsquigarrow 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{R}$

01 整数計画問題から線形計画問題を得る：図

01 整数計画問題

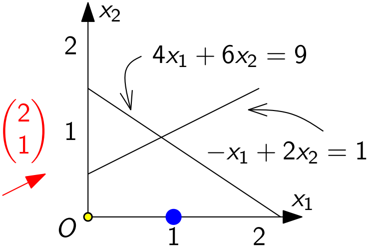


その線形計画緩和



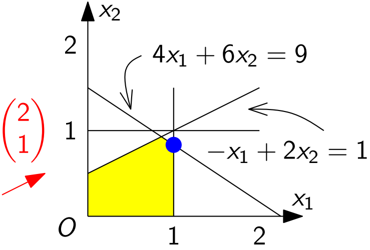
01 整数計画問題から線形計画問題を得る：最適解と最適値

01 整数計画問題



最適解は $(x_1, x_2) = (1, 0)$ で
最適値は 2

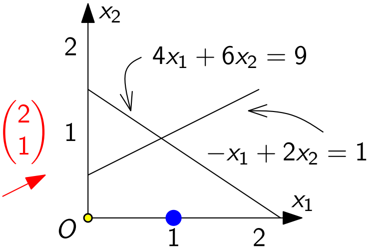
その線形計画緩和



最適解は $(x_1, x_2) = (1, 5/6)$ で
最適値は $17/6$

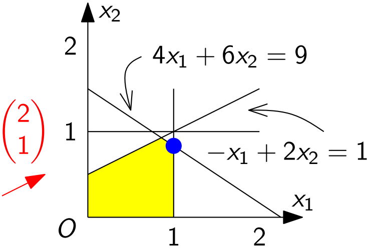
01 整数計画問題から線形計画問題を得る：最適解と最適値

01 整数計画問題



最適解は $(x_1, x_2) = (1, 0)$ で
最適値は 2

その線形計画緩和



最適解は $(x_1, x_2) = (1, 5/6)$ で
最適値は $17/6$

観察

- 01 整数計画問題の許容領域 $\subseteq$ その線形計画緩和の許容領域
- 01 整数計画問題の最適値 $\leq$ その線形計画緩和の最適値

この観察は最大化問題ならばいつでも成り立つ

01 整数計画問題から線形計画問題を得る (2)

01 整数計画問題

$$\begin{array}{|ll} \underset{x_1,x_2}{\text{最大化}} & 2x_1 - x_2 \\ \text{条　件} & 4x_1 + 6x_2 \leq 9, \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 1, \\ & x_1, x_2 \in \{0,1\} \end{array}$$

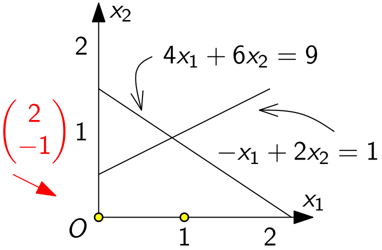
その線形計画緩和 (linear programming relaxation)

$$\begin{array}{|ll} \underset{x_1,x_2}{\text{最大化}} & 2x_1 - x_2 \\ \text{条　件} & 4x_1 + 6x_2 \leq 9, \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 1, \\ & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{R} \end{array}$$

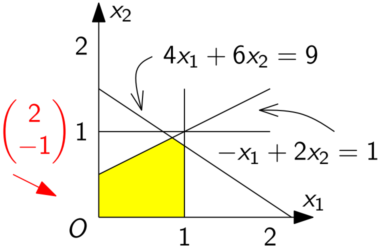
作り方：$x \in \{0,1\} \rightsquigarrow 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{R}$

01 整数計画問題から線形計画問題を得る (2)：図

01 整数計画問題

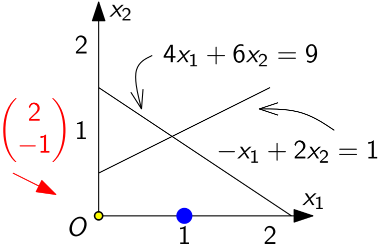


その線形計画緩和



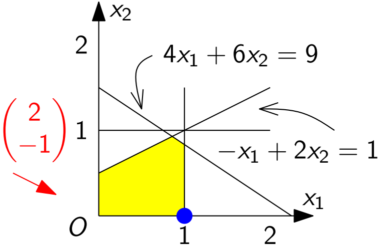
01 整数計画問題から線形計画問題を得る (2)：最適解と最適値

01 整数計画問題



最適解は $(x_1, x_2) = (1, 0)$ で
最適値は 2

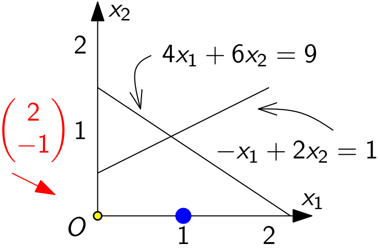
その線形計画緩和



最適解は $(x_1, x_2) = (1, 0)$ で
最適値は 2

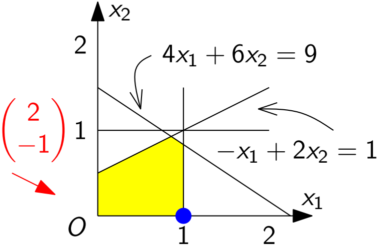
01 整数計画問題から線形計画問題を得る (2)：最適解と最適値

01 整数計画問題



最適解は $(x_1, x_2) = (1, 0)$ で
最適値は 2

その線形計画緩和



最適解は $(x_1, x_2) = (1, 0)$ で
最適値は 2

観察

- 線形計画緩和の最適解 $\mathbf{x}$ が 01 整数計画問題の許容解 $\Rightarrow$
  $\mathbf{x}$ は 01 整数計画問題の最適解

この観察はいつでも成り立つ

緩和問題：まとめ

01 整数計画問題 ⇝ 線形計画緩和

$x \in \{0,1\} \rightsquigarrow 0 \le x \le 1,\ x \in \mathbb{R}$

重要な性質 1 (最大化問題のとき)

$\boxed{\text{01 整数計画問題の最適値}} \le \boxed{\text{その線形計画緩和の最適値}}$

つまり，緩和から 01 整数計画問題の最適値の上界が得られる

重要な性質 2

線形計画緩和の最適解 $\mathbf{x}$ が 01 整数計画問題の許容解 ⇒
$\mathbf{x}$ は 01 整数計画問題の最適解

この場合，緩和を解くと 01 整数計画問題も解ける

ナップサック問題に適用してみる (1)

ナップサック問題

$$\begin{array}{|ll}
\underset{\mathbf{x}}{\text{最大化}} & 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \\
\text{条　件} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 4, \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}
\end{array}$$

その線形計画緩和

$$\begin{array}{|ll}
\underset{\mathbf{x}}{\text{最大化}} & 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \\
\text{条　件} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 4, \\
 & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1, 0 \leq x_4 \leq 1, \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}
\end{array}$$

ナップサック問題に適用してみる (2)

線形計画緩和

$$\left|\begin{array}{ll}\underset{\mathbf{x}}{\text{最大化}} & 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \\ \text{条　件} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 4, \\ & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1, 0 \leq x_4 \leq 1, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}\end{array}\right.$$

実際解いてみると，線形計画緩和の最適解は

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 2/3, 0, 0)$$

で，線形計画緩和の最適値は 17/3

ナップサック問題に適用してみる (3)

線形計画緩和の最適解は

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 2/3, 0, 0)$$

で，線形計画緩和の最適値は 17/3

重要な性質 1 (最大化問題のとき)：再掲

$$\boxed{\text{01 整数計画問題の最適値}} \leq \boxed{\text{その線形計画緩和の最適値}}$$

よって，

$$\boxed{\text{ナップサック問題の最適値}} \leq 17/3$$

optimal value somewhere in this region

ナップサック問題に適用してみる (3)

線形計画緩和の最適解は

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 2/3, 0, 0)$$

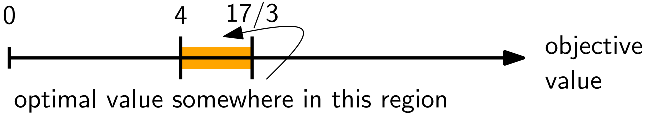
で，線形計画緩和の最適値は $17/3$

重要な性質 1 (最大化問題のとき)：再掲

$$\boxed{\text{01 整数計画問題の最適値}} \leq \boxed{\text{その線形計画緩和の最適値}}$$

よって，

$$\boxed{\text{ナップサック問題の最適値}} \leq 17/3$$



ナップサック問題に適用してみる (4)

貪欲法で作った許容解の「よさ」は？

最適値との相対誤差

$$= \frac{\text{最適値} - \text{貪欲法で作った許容解の目的関数値}}{\text{最適値}}$$

$$\leq \frac{\text{線形計画緩和の最適値} - \text{貪欲法で作った許容解の目的関数値}}{\text{線形計画緩和の最適値}}$$

$$= \frac{17/3 - 4}{17/3} = \frac{5}{17} \approx 0.29412$$

相対誤差は約 30 % 以下 (相対誤差の上界)

緩和問題の使い方 1

01 整数計画問題の許容解が得られたとき，
その最適値を知らなくても，解の「よさ」が分かる

目次

ナップサック問題の線形計画緩和

線形計画緩和 (再掲)

$$\left|\begin{array}{ll} \underset{x}{\text{最大化}} & 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \\ \text{条　件} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 4, \\ & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1, 0 \leq x_4 \leq 1, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R} \end{array}\right.$$

実際解いてみると，線形計画緩和の最適解は

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 2/3, 0, 0)$$

で，線形計画緩和の最適値は $17/3$

疑問

どう解くか？

- 単体法などでも解けるが，ナップサック問題の線形計画緩和は今から説明する方法で簡単にとける

モデル化から現実問題へ

線形計画緩和

$$
\begin{array}{|ll}
\underset{\mathbf{x}}{\text{最大化}} & 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \\
\text{条　件} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 4, \\
& 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1, 0 \leq x_4 \leq 1, \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}
\end{array}
$$

疑問：これはどんな問題をモデル化したものだろうか？

連続ナップサック問題

連続ナップサック問題

- いま手元に 4 つの液体が 1L ずつあるとしよう.
- これをナップサックに詰めて街に売りに行くとする.
- それぞれの密度と，売った際の収益は表の通りとする.

商品	1	2	3	4
収入 [万円/L]	3	4	1	2
密度 [kg/L]	2	3	1	3

- 商品はどれも，街にもっていけば必ず売れるとする.
- ただし，街にもっていく際ナップサックに詰めて運ぶのだが，ナップサックに積載重量制限があり，最大でも 4 kg までしか積めないとする.
- 液体はどれだけにでも分けられる
- このとき，ナップサックの重量制限以内で総収益を最大にするには，どの荷物を詰めていったらよいか？

連続ナップサック問題：ポイント

重要な事項

液体はどれだけにでも分けられる

なので，

- kg 当たり収入の大きな商品から順に詰んでいけば最適
- kg 当たり収入 ＝ 効率

商品	1	2	3	4
収入 [万円/L]	3	4	1	2
密度 [kg/L]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

連続ナップサック問題：アルゴリズム

- 効率の大きな液体から詰めるだけ詰んでいく

商品	1	2	3	4
収入 [万円/L]	3	4	1	2
密度 [kg/L]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

- 最適解：商品 1 を 1L，商品 2 を 2/3L だけ詰める
  (収入 $= 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2/3 = 17/3$ [万円])

連続ナップサック問題：アルゴリズムの実行例

- 効率の大きな液体から詰めるだけ詰んでいく

商品	1	2	3	4
収入 [万円/L]	3	4	1	2
密度 [kg/L]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

連続ナップサック問題：アルゴリズムの実行例

- 効率の大きな液体から詰めるだけ詰んでいく

商品	1	2	3	4
収入 [万円/L]	3	4	1	2
密度 [kg/L]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

- 効率 1 位の商品は商品 1 → 1L 詰む (残り重量 2 kg)

連続ナップサック問題：アルゴリズムの実行例

- 効率の大きな液体から詰めるだけ詰んでいく

商品	1	2	3	4
収入 [万円/L]	3	4	1	2
密度 [kg/L]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

- 効率 1 位の商品は商品 1 → 1L 詰む　(残り重量 2 kg)
- 効率 2 位の商品は商品 2 → 2/3L 詰む　(残り重量 0 kg)

連続ナップサック問題：アルゴリズムの実行例

- 効率の大きな液体から詰めるだけ詰んでいく

商品	1	2	3	4
収入 [万円/L]	3	4	1	2
密度 [kg/L]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

- 効率 1 位の商品は商品 1 → 1L 詰む (残り重量 2 kg)
- 効率 2 位の商品は商品 2 → 2/3L 詰む (残り重量 0 kg)
- 効率 3 位の商品は商品 3 →詰まない (残り重量 0 kg)

連続ナップサック問題：アルゴリズムの実行例

- 効率の大きな液体から詰めるだけ詰んでいく

商品	1	2	3	4
収入 [万円/L]	3	4	1	2
密度 [kg/L]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	1	2/3

ナップサックの重量制限：4 [kg]

- 効率 1 位の商品は商品 1 → 1L 詰む (残り重量 2 kg)
- 効率 2 位の商品は商品 2 → 2/3L 詰む (残り重量 0 kg)
- 効率 3 位の商品は商品 3 →詰まない (残り重量 0 kg)
- 効率 4 位の商品は商品 4 →詰まない (終了)

ナップサック問題 (別の例)

ナップサック問題 (別の例)

$$\begin{array}{ll} \underset{x}{\text{最大化}} & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 \\ \text{条　件} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 6, \\ & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1, 0 \leq x_4 \leq 1, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\} \end{array}$$

この問題の線形計画緩和

$$\begin{array}{ll} \underset{x}{\text{最大化}} & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 \\ \text{条　件} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 6, \\ & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1, 0 \leq x_4 \leq 1, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R} \end{array}$$

商品	1	2	3	4
収入 [万円/L]	3	4	2	2
密度 [kg/L]	2	3	1	3

ナップサックの重量制限：6 [kg]

ナップサック問題 (別の例)：線形計画緩和を解いてみる

線形計画緩和 (再掲)

$$\begin{array}{|ll} \underset{\mathbf{x}}{\text{最大化}} & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 \\ \text{条　件} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 6, \\ & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1, 0 \leq x_4 \leq 1, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R} \end{array}$$

商品	1	2	3	4
収入 [万円/L]	3	4	2	2
密度 [kg/L]	2	3	1	3
効率 [万円/kg]	3/2	4/3	2	2/3

ナップサックの重量制限：6 [kg]

- 効率順：商品 3，商品 1，商品 2，商品 4
- $\rightsquigarrow (x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 1, 1, 0)$ は最適解

ナップサック問題 (別の例)：重要な性質 2 を思い出す

線形計画緩和 (再掲)

$$\begin{array}{|ll} \underset{\mathbf{x}}{\text{最大化}} & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 \\ \text{条　件} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 6, \\ & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1, 0 \leq x_4 \leq 1, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R} \end{array}$$

- $\rightsquigarrow (x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 1, 1, 0)$ は最適解

重要な性質 2

線形計画緩和の最適解 **x** が 01 整数計画問題の許容解 $\Rightarrow$
x は 01 整数計画問題の最適解

線形計画緩和を解くだけで，もとのナップサック問題が解けた
(そういう場合もある)

ナップサック問題 (別の例)：重要な性質 2 を思い出す

線形計画緩和 (再掲)

$$\begin{array}{|ll} \underset{\mathbf{x}}{\text{最大化}} & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 \\ \text{条　件} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 6, \\ & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1, 0 \leq x_4 \leq 1, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R} \end{array}$$

- $\rightsquigarrow (x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 1, 1, 0)$ は最適解
- $\therefore$ これはもとのナップサック問題の最適解

重要な性質 2

線形計画緩和の最適解 **x** が 01 整数計画問題の許容解 ⇒
x は 01 整数計画問題の最適解

線形計画緩和を解くだけで，もとのナップサック問題が解けた
(そういう場合もある)

目次

1. 整数計画問題の線形計画緩和
2. ナップサック問題の線形計画緩和
3. 今日のまとめと今後の予告

今日のまとめ

今日の目標

- 整数計画問題とその緩和問題 (線形計画緩和) の関係を理解する
- ナップサック問題の線形計画緩和を解く手順を理解する

01 整数計画問題 $\rightsquigarrow$ 線形計画緩和

$x \in \{0,1\} \rightsquigarrow 0 \le x \le 1,\ x \in \mathbb{R}$

重要な性質 1 (最大化問題のとき)

$$\boxed{\text{01 整数計画問題の最適値}} \le \boxed{\text{その線形計画緩和の最適値}}$$

重要な性質 2

線形計画緩和の最適解 $\mathbf{x}$ が 01 整数計画問題の許容解 $\Rightarrow$
$\mathbf{x}$ は 01 整数計画問題の最適解

今後の予告

整数計画法

- 済 どのような問題をモデル化できるのか？ (モデリング)
- どのように解くのか？ (アルゴリズム)
  - そのときに，線形計画法をどのように使うのか？
  - 済 緩和 (基礎)
  - 分枝限定法
  - 切除平面法

復習テスト 1 (5 月 10 日) の出題範囲は第 1 回から第 3 回 (今回) まで

目次

1. 整数計画問題の線形計画緩和
2. ナップサック問題の線形計画緩和
3. 今日のまとめと今後の予告