

最適化手法 第7回  
ネットワーク最適化 (1): ネットワークの導入, ネットワークによるモデリング

岡本 吉央  
okamotoy@uec.ac.jp

2013年5月31日

最終更新: 2013年5月30日 15:22

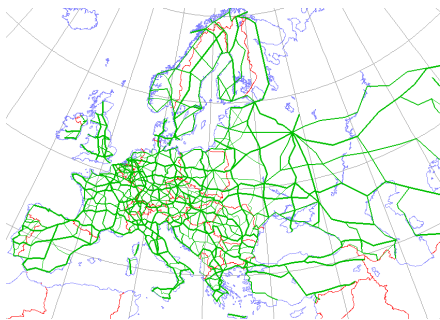
ネットワークの展覧会

目次

- ① ネットワークの展覧会
- ② グラフの定義
- ③ グラフの用語
- ④ 今日のまとめと今後の予告

ネットワークの展覧会

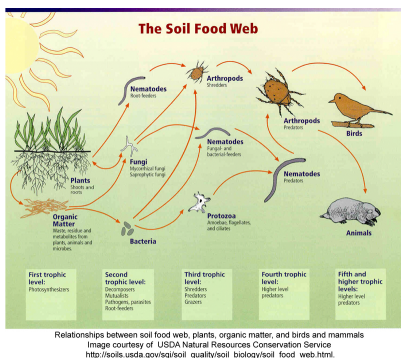
道路ネットワーク



[http://en.wikipedia.org/wiki/File:International\\_E\\_Road\\_Network\\_green.png](http://en.wikipedia.org/wiki/File:International_E_Road_Network_green.png)

ネットワークの展覧会

食物網



Relationships between soil food web, plants, organic matter, and birds and mammals  
Image courtesy of USDA Natural Resources Conservation Service  
[http://nrcs.usda.gov/eip/nri/quality/soil\\_biology/soil\\_food\\_web.html](http://nrcs.usda.gov/eip/nri/quality/soil_biology/soil_food_web.html)

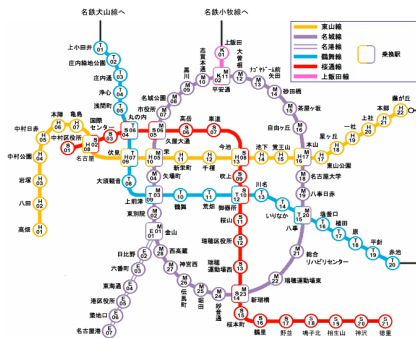
[http://en.wikipedia.org/wiki/File:Soil\\_food\\_webUSDA.jpg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Soil_food_webUSDA.jpg)

今日の目標

- ▶ グラフに関する用語を理解して, 正しく使えるようになる

ネットワークの展覧会

路線図



[http://www.kotsu.city.nagoya.jp/subway/sub\\_route.html](http://www.kotsu.city.nagoya.jp/subway/sub_route.html)

ネットワークの展覧会

輸送ネットワーク

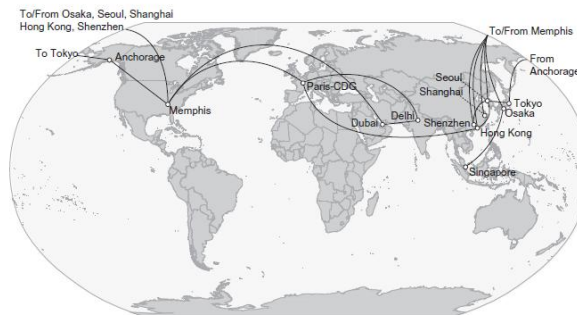
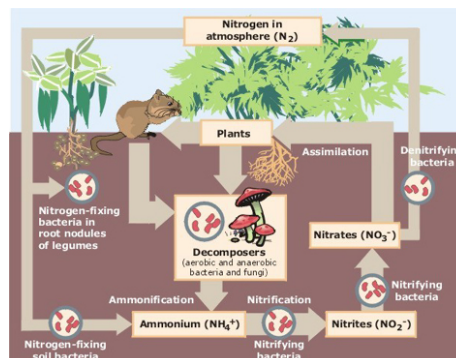


Fig. 8. FedEx Boeing 777-200LR direct lanes. Source: FedEx (2011b).

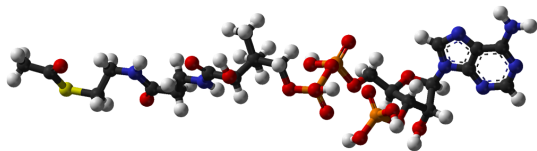
J. T. Bowen Jr. (2012), J. Trans. Geography, 24, pp. 419-431

ネットワークの展覧会

窒素循環

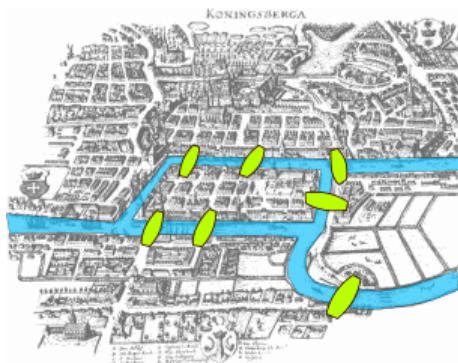


[http://en.wikipedia.org/wiki/File:Nitrogen\\_Cycle.jpg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Nitrogen_Cycle.jpg)



<https://en.wikipedia.org/wiki/Acetyl-CoA>

## ケーニヒスベルクの橋の問題 (オイラー, 1735 年)



[http://en.wikipedia.org/wiki/File:Königsberg\\_bridges.png](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Königsberg_bridges.png)

## これらの例に共通すること

### 間違った認識

現実世界にはたくさんネットワークが存在する

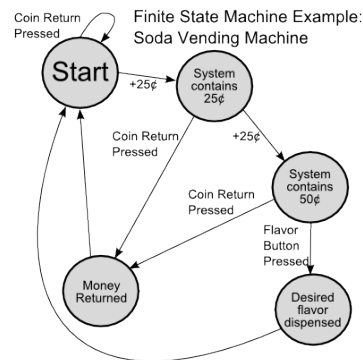
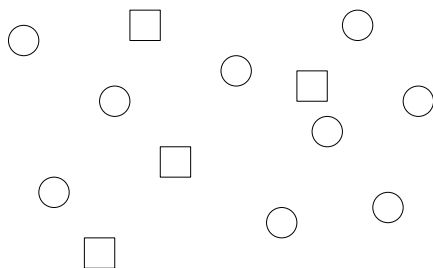
### 正しい認識

現実世界にはたくさんネットワークと見なせることが存在する

- ▶ 「ネットワーク」としてモデル化
- ▶ 数学的には「グラフ」として定義

その他の例は今後の講義の中で

## グラフの構成要素: 頂点 (節点ともいう)



<http://automatown.org/automata>

## ケーニヒスベルクの橋の問題: 続き

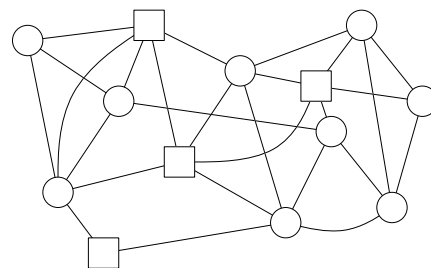


[http://en.wikipedia.org/wiki/Seven\\_Bridges\\_of\\_Königsberg](http://en.wikipedia.org/wiki/Seven_Bridges_of_Königsberg)

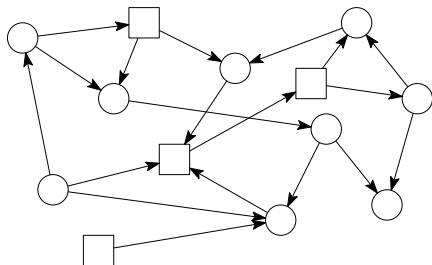
## 目次

- 1 ネットワークの展覧会
- 2 グラフの定義
- 3 グラフの用語
- 4 今日のまとめと今後の予告

## グラフの構成要素: 辺 (枝ともいう) — 向きがない場合



グラフの構成要素：辺（枝ともいう）— 向きがある場合

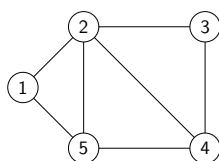


グラフの数学的な定義 — 向きがない場合：図示

例

グラフ  $G = (V, E)$

- ▶  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ▶  $E = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}\}$

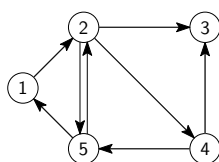


グラフの数学的な定義 — 向きがある場合：図示

例

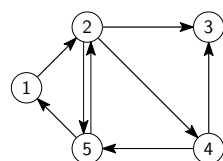
グラフ  $G = (V, E)$

- ▶  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ▶  $E = \{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (4, 3), (4, 5), (5, 1), (5, 2)\}$



隣接性と接続性：有向グラフ

- ▶ 頂点 1 と頂点 5 は隣接している
- ▶ 頂点 1 と頂点 3 は隣接していない
- ▶ 頂点 2 は辺  $(1, 2)$  に接続している
- ▶ 辺  $(1, 2)$  は頂点 2 に接続している
- ▶ 頂点 5 は辺  $(1, 2)$  に接続していない
- ▶ 頂点 3 は辺  $(2, 3)$  の終点である
- ▶ 頂点 2 は辺  $(2, 3)$  の始点である
- ▶ 頂点 3 は辺  $(2, 3)$  の始点ではない



グラフの数学的な定義 — 向きがない場合

「無向グラフ  $G = (V, E)$ 」とは？

- ▶ 意味：グラフ  $G$  は集合  $V$  と  $E$  の組
- $V$  は  $G$  の頂点集合
- ▶  $V$  の要素は  $G$  の頂点
- $E$  は  $G$  の辺集合
- ▶  $E$  の要素は  $G$  の辺で、 $G$  の頂点を 2 つ集めた集合

例

グラフ  $G = (V, E)$

- ▶  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ▶  $E = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}\}$

グラフの数学的な定義 — 向きがある場合

「有向グラフ  $G = (V, E)$ 」とは？

- ▶ 意味：グラフ  $G$  は集合  $V$  と  $E$  の組
- $V$  は  $G$  の頂点集合
- ▶  $V$  の要素は  $G$  の頂点
- $E$  は  $G$  の辺集合
- ▶  $E$  の要素は  $G$  の辺で、 $G$  の頂点を 2 つ並べた組の集合

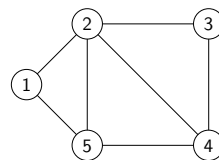
例

グラフ  $G = (V, E)$

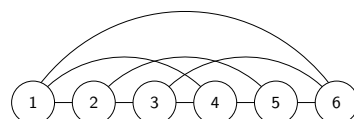
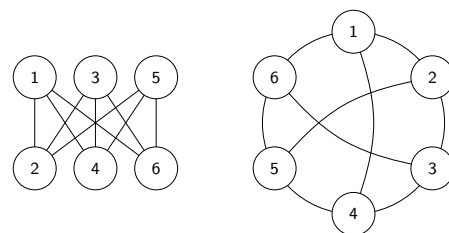
- ▶  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ▶  $E = \{(1, 2), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (4, 5)\}$

隣接性と接続性：無向グラフ

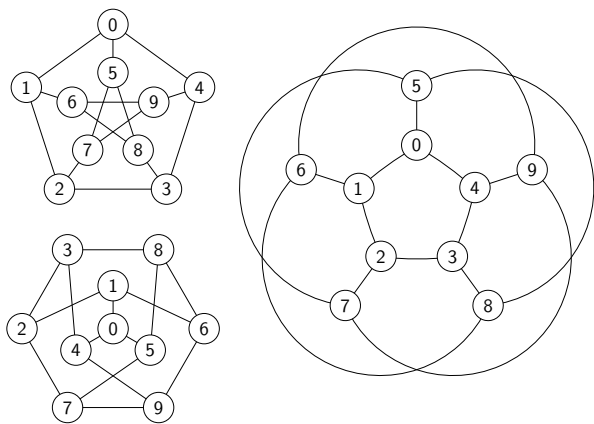
- ▶ 頂点 1 と頂点 5 は隣接している
- ▶ 頂点 1 と頂点 3 は隣接していない
- ▶ 頂点 2 は辺  $\{1, 2\}$  に接続している
- ▶ 辺  $\{1, 2\}$  は頂点 2 に接続している
- ▶ 頂点 5 は辺  $\{3, 4\}$  に接続していない
- ▶ 頂点 3 は辺  $\{2, 3\}$  の端点である
- ▶ 頂点 4 は辺  $\{2, 3\}$  の端点ではない



同じグラフの異なる描き方 (1)



同じグラフの異なる描き方 (2)

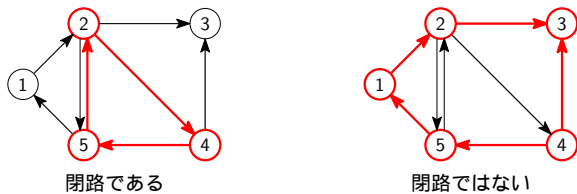


目次

- ① ネットワークの展覧会
- ② グラフの定義
- ③ **グラフの用語**
- ④ 今日のまとめと今後の予告

グラフにおける閉路 (cycle) — 有向グラフの場合

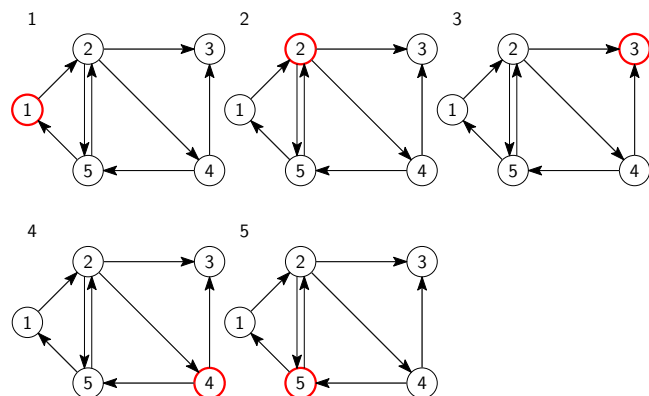
閉路とは、頂点と辺を一続きに選んで、はじめに戻ってくる系列



- ▶ 系列として書く : 2, (2, 4), 4, (4, 5), 5, (5, 2), 2
- ▶ 閉路の長さ (辺の数) : 3

同じ頂点や辺が繰り返し現れてもよいものとする (よいとしない流儀もある)

例題 : 長さ 0 の道



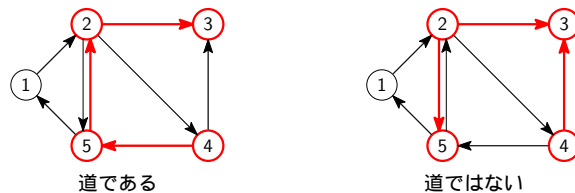
振り返ってみる

はじめに見た例において、次が何であるか確認してみる

- ▶ 考えているグラフは有向グラフか? 無向グラフか?
- ▶ グラフの頂点は、現実世界の何に対応しているか?
- ▶ グラフの辺は、現実世界の何に対応しているか?

グラフにおける道 (路, path) — 有向グラフの場合

道 (または、路) とは、頂点と辺を一続きに選んだ系列

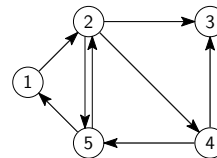


- ▶ 系列として書く : 4, (4, 5), 5, (5, 2), 2, (2, 3), 3
- ▶ 道の始点と終点 : 始点は頂点 4, 終点は頂点 3
- ▶ 道の長さ (辺の数) : 3

同じ頂点や辺が繰り返し現れてもよいものとする (よいとしない流儀もある)

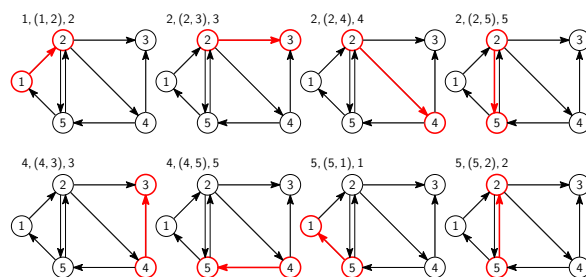
例題

このグラフにはいくつ道があるか?

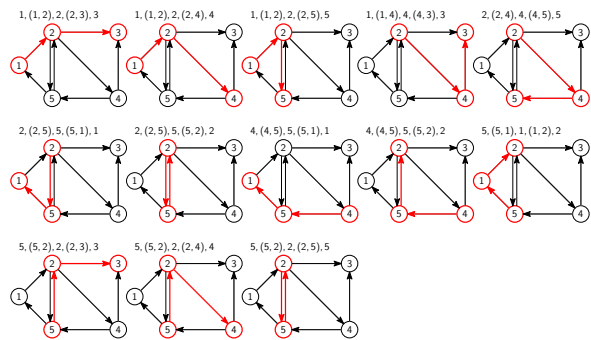


長さ 0 の道, 1 の道, 2 の道, 3 の道だけ考えてみる

例題 : 長さ 1 の道



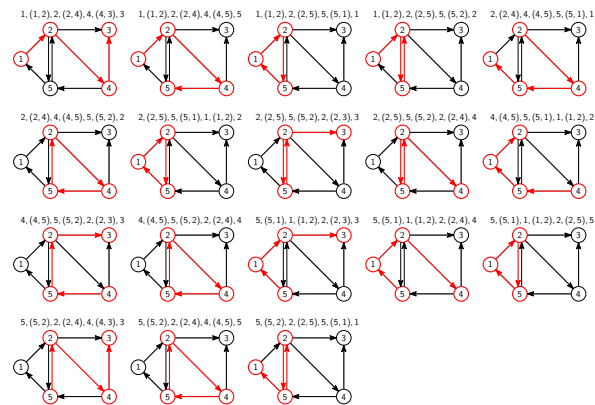
例題：長さ 2 の道



目次

- ① ネットワークの展覧会
- ② グラフの定義
- ③ グラフの用語
- ④ 今日のまとめと今後の予告

例題：長さ 3 の道



今日のまとめと今後の予告

今日のまとめ：今日の目標

- ▶ グラフに関する用語を理解して、正しく使えるようになる

今後の予告：ネットワークに関わる 3 つの最適化問題

- ▶ 最短路問題
- ▶ 最大流問題
- ▶ 最小費用流問題

注：ネットワークに関わる最適化問題は他にもたくさんある

復習テスト 2 は 6 月 28 日