

注意： 解答がどのように導かれるのか，その道筋を必ず書き下すこと．

問題 12.1 次のような架空のリーグ戦における途中経過を考える．

チーム名	勝数	残り試合数	A	B	C	D
A	83	8	-	1	6	1
B	79	4	1	-	0	3
C	78	7	6	0	-	1
D	76	5	1	3	1	-

最終的に勝数が最も多いチームが優勝する．この状況で，チーム B にまだ優勝の可能性があるかどうか判定したい．

- (1) チーム B の優勝可能性判定問題を最大流問題として定式化せよ．
- (2) 問 (1) で得られた問題に対する最大流は何か？ また最小カットは何か？ 最大流の流量と最小カットの容量が一致することを確認せよ．
- (3) 上問の結果より，チーム B にまだ優勝の可能性があるかどうか，答えよ．

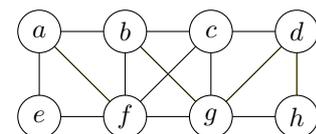
問題 12.2 Y 大学の Z 学科では次のような講義が開講される．講義の履修には，それが前提とする講義をすべて先に履修しなければならない．しかし，いくつかの講義は厄介で，それを履修して得られる知識・技術が，そのためのコストに比べて著しく小さいものがある．それを考慮して，各講義の利得を算出したものを以下の表にまとめた．

講義名	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
前提とする講義	なし	なし	なし	なし	A, B	C	B, C	D	F	G	G, H
利得	1	-1	2	1	-2	1	-1	-1	2	-1	2

同じ時間帯に開講される講義はないものとする．このとき，利得和を最大とするように履修計画を立てたい．

- (1) この問題を最小カット問題として定式化せよ．(ヒント：露天掘り問題を参考にせよ．)
- (2) 問 (1) で得られた問題に対する最小カットは何か？ また最大流は何か？ 最小カットの容量と最大流の流量が一致することを確認せよ．
- (3) 上問の結果より，利得和を最大とするような履修計画が何であるか，答えよ．

問題 12.3 右の無向グラフにおいて，密度が 1.5 以上の部分グラフを発見したい．なお，グラフの密度は「辺数 / 頂点数」で定義される．



- (1) この問題を最小カット問題として定式化せよ．
- (2) 問 (1) で得られた問題に対する最小カットは何か？ また最大流は何か？ 最小カットの容量と最大流の流量が一致することを確認せよ．
- (3) 上問の結果より，密度が 1.5 以上の部分グラフが存在するかどうか答えよ．また，存在する場合，どこに存在するか答えよ．