

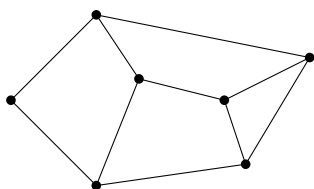
注意： 解答がどのように導かれるのか，その道筋を必ず書き下すこと．

復習問題 13.1 無向グラフ G が 2 彩色可能であるための必要十分条件は， G が二部グラフであることである．これを証明せよ．

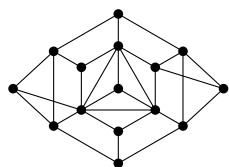
復習問題 13.2 任意の無向グラフ G に対して，その染色数 $\chi(G)$ と最大次数 $\Delta(G)$ が $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$ という関係を満たすことを証明せよ．

復習問題 13.3 任意の無向グラフ G に対して，その染色数 $\chi(G)$ とクリーク数 $\omega(G)$ が $\omega(G) \leq \chi(G)$ という関係を満たすことを証明せよ．

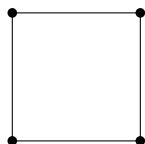
復習問題 13.4 次の無向グラフにおける色数最小の彩色を与えよ．その彩色の色数が最小であることも証明せよ．



復習問題 13.5 次の無向グラフにおける色数最小の彩色を与えよ．その彩色の色数が最小であることも証明せよ．



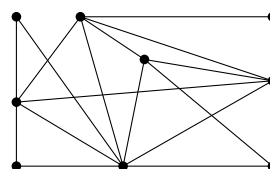
復習問題 13.6 次の無向グラフが区間グラフではないことを証明せよ．



復習問題 13.7 区間グラフ G において，その染色数 $\chi(G)$ とクリーク数 $\omega(G)$ が $\chi(G) = \omega(G)$ を満たすことを証明せよ．

補足問題 13.8 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ に対して，頂点集合 V 上のある全順序が存在して，その全順序に従って貪欲彩色を行うと，色数最小の彩色が得られることを証明せよ．(ヒント：直観を得るために，まず G が二部グラフの場合を考えるとよいかもしれない．)

追加問題 13.9 次の無向グラフにおいて，色数最小の彩色を与えよ．その彩色の色数が最小であることも証明せよ．



追加問題 13.10 任意の自然数 $k \geq 2$ に対して，次の性質を持つ二部グラフ $G = (V, E)$ を構成せよ．性質： G の最大次数は k であり， V 上のある全順序 σ が存在して，それに従う貪欲彩色によって G の彩色として色数 $k+1$ のものが得られる．注意： k は 2 以上の任意の自然数であることに注意する．すなわち， k によって G は変わる．

追加問題 13.11 次のグラフが区間グラフではないことを証明せよ．

