

注意： 解答がどのように導かれるのか，その道筋を必ず書き下すこと．

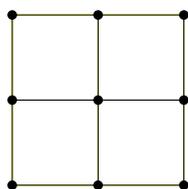
復習問題 11.1 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ を考える．グラフ G の最大マッチングは G の極大マッチングであることを証明せよ．

復習問題 11.2 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ を考える．グラフ G に完全マッチング M が存在するとき， $|M| = 2|V|$ が成り立つことを証明せよ．

復習問題 11.3 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ と G の任意のマッチング $M \subseteq E$ を考える．グラフ G において M に関する増加道が存在しないとき， M が G の最大マッチングであることを証明せよ．

復習問題 11.4 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ を考える．このとき， G の任意のマッチング $M \subseteq E$ と任意の頂点被覆 $C \subseteq V$ に対して $|M| \leq |C|$ が成り立つことを証明せよ．

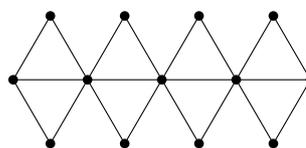
復習問題 11.5 次の無向グラフの最大マッチングを1つ見つけて，それが最大マッチングであることを証明せよ．



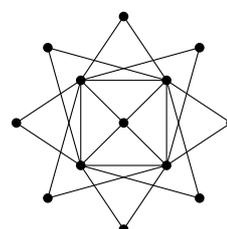
追加問題 11.9 すべての頂点の次数が3であるような連結グラフで，完全マッチングを持たないものを構成せよ．(なぜ完全マッチングを持たないのか，説明をせよ．)

追加問題 11.10 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ の最大マッチング M_1 と極大マッチング M_2 を考える．このとき， $|M_1| \leq 2|M_2|$ が成り立つことを証明せよ．

追加問題 11.11 次の無向グラフの最大マッチングを1つ見つけて，それが最大マッチングであることを証明せよ．



追加問題 11.12 次の無向グラフの最大マッチングを1つ見つけて，それが最大マッチングであることを証明せよ．



補足問題 11.6 頂点数4の連結な無向グラフで，完全マッチングを持たないものを構成せよ．(なぜ完全マッチングを持たないのか，説明をせよ．)

補足問題 11.7 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ を考える．グラフ G に完全マッチングが存在するとき，それは G の最大マッチングであることを証明せよ．

補足問題 11.8 任意の無向グラフ $G = (V, E)$ を考える．辺部分集合 $M \subseteq E$ が G の最大マッチングであるとき， G において M に関する増加道が存在しないことを証明せよ．