離散数学 (2) **2013 年 4 月 23 日**

演習問題 **岡本 吉央**

注意： 解答がどのように導かれるのか，すなわち証明，を必ず書き下すこと．

復習問題 2.1 集合 A を $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ と定める．このとき，以下に挙げるそれぞれの論理式の真理値は何か？

1. $\forall\, n \in A$ (n は自然数である).
2. $\forall\, n \in A$ (n は偶数である).
3. $\exists\, n \in A$ (n は偶数である).
4. $\exists\, n \in A$ (n は自然数である).
5. $\exists\, n \in A$ (n は素数である).
6. $\exists\, n \in A$ (n は負の数である).

復習問題 2.2 集合 A を $A = \{1,2\}$ と定める．このとき，以下に挙げるそれぞれの論理式の真理値は何か？

1. $\forall\, m \in A$ ($\forall\, n \in A$ ($m+n$ は偶数である)).
2. $\exists\, m \in A$ ($\forall\, n \in A$ ($m+n$ は偶数である)).
3. $\forall\, m \in A$ ($\exists\, n \in A$ ($m+n$ は偶数である)).
4. $\exists\, m \in A$ ($\exists\, n \in A$ ($m+n$ は偶数である)).

追加問題 2.3 集合 A と B を $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}$ と定める．このとき，以下に挙げるそれぞれの論理式の真理値は何か？

1. $\forall\, m \in A$ ($\forall\, n \in B$ ($m < n$ である)).
2. $\exists\, m \in A$ ($\forall\, n \in B$ ($m < n$ である)).
3. $\forall\, m \in A$ ($\exists\, n \in B$ ($m < n$ である)).
4. $\exists\, m \in A$ ($\exists\, n \in B$ ($m < n$ である)).
5. $\forall\, n \in B$ ($\forall\, m \in A$ ($m < n$ である)).
6. $\exists\, n \in B$ ($\forall\, m \in A$ ($m < n$ である)).
7. $\forall\, n \in B$ ($\exists\, m \in A$ ($m < n$ である)).
8. $\exists\, n \in B$ ($\exists\, m \in A$ ($m < n$ である)).

追加問題 2.4 以下に挙げるそれぞれの論理式の真理値は何か？

1. $\forall\, x \in \mathbb{R}\ (\exists\, y \in \mathbb{R}\ (\forall\, z \in \mathbb{R}\ (x+y+z=0)))$.
2. $\exists\, x \in \mathbb{R}\ (\forall\, y \in \mathbb{R}\ (\exists\, z \in \mathbb{R}\ (x+y+z=0)))$.
3. $\forall\, x \in \mathbb{Z}\ (\exists\, y \in \mathbb{R}\ (\forall\, z \in \mathbb{Z}\ (x+y+z=0)))$.
4. $\exists\, x \in \mathbb{Z}\ (\forall\, y \in \mathbb{R}\ (\exists\, z \in \mathbb{Z}\ (x+y+z=0)))$.

発展追加問題 2.5 以下に挙げるそれぞれの論理式の真理値は何か？

1. $\forall\, x \in \{1,2,3\}$ (x は偶数 $\rightarrow \exists\, y \in \{x-1, x+1\}\ (x+y=4)$).
2. $\forall\, x \in \{1,2,3\}$ (x は偶数 $\rightarrow \forall\, y \in \{x-1, x+1\}\ (x+y=4)$).
3. $\exists\, x \in \{1,2,3\}$ (x は偶数 $\rightarrow \exists\, y \in \{x-1, x+1\}\ (x+y=4)$).
4. $\exists\, x \in \{1,2,3\}$ (x は偶数 $\rightarrow \forall\, y \in \{x-1, x+1\}\ (x+y=4)$).