

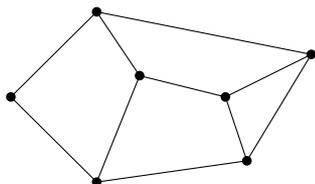
注意： 解答がどのように導かれるのかを必ず書き下すこと．用語・記法は講義で紹介したものに従う．

復習問題 13.1 無向グラフ  $G$  が 2 彩色可能であるための必要十分条件は， $G$  が 2 部グラフであることである．これを証明せよ．

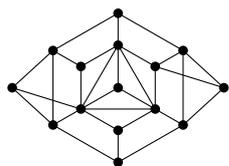
復習問題 13.2 任意の無向グラフ  $G$  に対して，その染色数  $\chi(G)$  と最大次数  $\Delta(G)$  が  $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$  という関係を満たすことを証明せよ．

復習問題 13.3 任意の無向グラフ  $G$  に対して，その染色数  $\chi(G)$  とクリーク数  $\omega(G)$  が  $\omega(G) \leq \chi(G)$  という関係を満たすことを証明せよ．

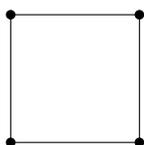
復習問題 13.4 4 次の無向グラフにおける色数最小の彩色を与えよ．その彩色の色数が最小であることも証明せよ．



復習問題 13.5 4 次の無向グラフにおける色数最小の彩色を与えよ．その彩色の色数が最小であることも証明せよ．



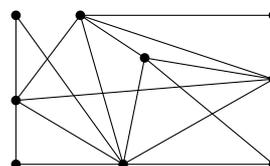
復習問題 13.6 4 次の無向グラフが区間グラフではないことを証明せよ．



復習問題 13.7 区間グラフ  $G$  において，その染色数  $\chi(G)$  とクリーク数  $\omega(G)$  が  $\chi(G) = \omega(G)$  を満たすことを証明せよ．

補足問題 13.8 任意の無向グラフ  $G = (V, E)$  に対して，頂点集合  $V$  上のある全順序が存在して，その全順序に従って貪欲彩色を行うと，色数最小の彩色が得られることを証明せよ．

追加問題 13.9 4 次の無向グラフにおいて，色数最小の彩色を与えよ．その彩色の色数が最小であることも証明せよ．



追加問題 13.10 任意の自然数  $k \geq 2$  に対して，次の性質を持つ 2 部グラフ  $G = (V, E)$  を構成せよ．性質： $G$  の最大次数は  $k$  であり， $V$  上のある全順序  $\sigma$  が存在して，それに従う貪欲彩色を行うと  $G$  の彩色として色数  $k+1$  のものが得られる．注意： $k$  は 2 以上の任意の自然数であることに注意する．すなわち， $k$  によって  $G$  は変わる．

追加問題 13.11 4 次のグラフが区間グラフではないことを証明せよ．

