

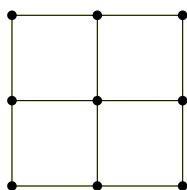
注意： 解答がどのように導かれるのかを必ず書き下すこと．用語・記法は講義で紹介したものに従う．

復習問題 11.1 無向グラフ $G = (V, E)$ を考える．グラフ G の最大マッチングは G の極大マッチングであることを証明せよ．

復習問題 11.2 無向グラフ $G = (V, E)$ と G のマッチング $M \subseteq E$ を考える．グラフ G において M に関する増加道が存在しないとき， M が G の最大マッチングであることを証明せよ．

復習問題 11.3 無向グラフ $G = (V, E)$ を考える．このとき， G の任意のマッチング $M \subseteq E$ と任意の頂点被覆 $C \subseteq V$ に対して $|M| \leq |C|$ が成り立つことを証明せよ．

復習問題 11.4 次の無向グラフの最大マッチングを1つ見つけて，それが最大マッチングであることを証明せよ．

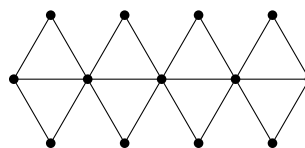


追加問題 11.8 すべての頂点の次数が3であるような連結グラフで，完全マッチングを持たないものを構成せよ．(なぜ完全マッチングを持たないのか，説明をせよ．)

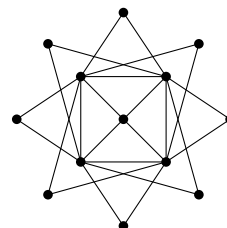
追加問題 11.9 無向グラフ $G = (V, E)$ の最大マッチング M_1 と極大マッチング M_2 を考える．このとき， $|M_1| \leq 2|M_2|$ が成り立つことを証明せよ．

追加問題 11.10 無向グラフ $G = (V, E)$ が木であると仮定する．このとき， G の完全マッチングの個数は1か0であることを証明せよ．(ヒント： G に完全マッチングが2つ以上あると仮定して，矛盾を導いてみよ．)

追加問題 11.11 次の無向グラフの最大マッチングを1つ見つけて，それが最大マッチングであることを証明せよ．



追加問題 11.12 次の無向グラフの最大マッチングを1つ見つけて，それが最大マッチングであることを証明せよ．



補足問題 11.5 頂点数4の連結な無向グラフで，完全マッチングを持たないものを構成せよ．(なぜ完全マッチングを持たないのか，説明をせよ．)

補足問題 11.6 無向グラフ $G = (V, E)$ を考える．グラフ G に完全マッチングが存在するとき，それは G の最大マッチングであることを証明せよ．

補足問題 11.7 無向グラフ $G = (V, E)$ を考える．辺部分集合 $M \subseteq E$ が G の最大マッチングであるとき， G において M に関する増加道が存在しないことを証明せよ．