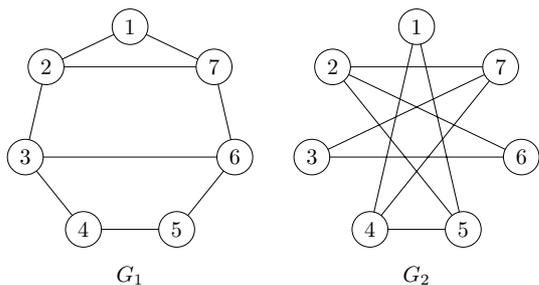


注意： 解答がどのように導かれるのかを必ず書き下すこと．用語・記法は講義で紹介したものに従う．

復習問題 9.1 任意の無向グラフ G に対して， G から G への同型写像が存在することを証明せよ．

2. 任意の無向グラフ G_1, G_2 に対して， G_1 から G_2 への同型写像が存在するならば， G_2 から G_1 への同型写像も存在することを証明せよ．

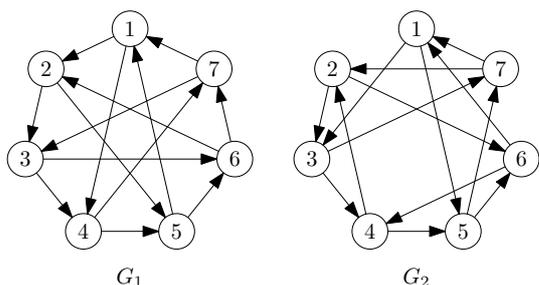
復習問題 9.2 次の2つの無向グラフ G_1, G_2 に対して， G_1 から G_2 への同型写像を1つ見つけよ．



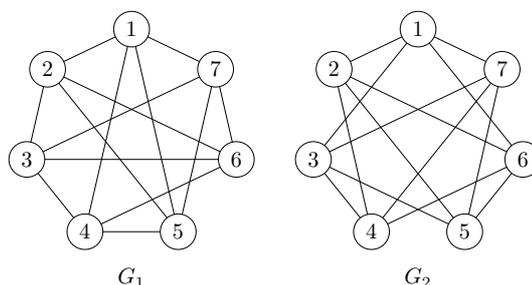
補足問題 9.7 以下の問いに答えよ．

1. 任意の集合 A, B, C と任意の2つの全単射 $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ に対して，合成関数 $g \circ f: A \rightarrow C$ も全単射であることを証明せよ．
2. 任意の無向グラフ G_1, G_2, G_3 に対して， G_1 から G_2 への同型写像が存在し，かつ， G_2 から G_3 への同型写像が存在するならば， G_1 から G_3 への同型写像が存在することを証明せよ．

復習問題 9.3 次の2つの有向グラフ G_1, G_2 に対して， G_1 から G_2 への同型写像を1つ見つけよ．



追加問題 9.8 次の2つの無向グラフ G_1, G_2 に対して， G_1 から G_2 への同型写像を1つ見つけよ．



復習問題 9.4 無向グラフ G と自然数 $k \in \mathbb{N}$ を考える (ただし， $k \geq 2$) . このとき， $\delta(G) \geq k - 1$ ならば， G が頂点数 k の道を含むことを証明せよ．

追加問題 9.9 無向グラフ G と自然数 $k \in \mathbb{N}$ を考える (ただし， $k \geq 3$) . このとき， $\delta(G) \geq k - 1$ ならば， G が頂点数 k 以上の閉路を含むことを証明せよ． (ヒント： G における長さ最大の道を考えよ．)

復習問題 9.5 任意の自然数 $k, h \in \mathbb{N}$ (ただし， $k \geq 2, h \leq k - 2$) を考える．このとき，無向グラフ G で，次の2つの条件を同時に満たすものが存在することを証明せよ．(1) $\delta(G) = h$. (2) G は頂点数 k の道を含まない．

追加問題 9.10 任意の自然数 $k, h \in \mathbb{N}$ (ただし， $k \geq 2, h \leq k - 2$) を考える．このとき，無向グラフ G で，次の2つの条件を同時に満たすものが存在することを証明せよ．(1) $\delta(G) = h$. (2) G は頂点数 k 以上の閉路を含まない．

補足問題 9.6 以下の問いに答えよ．

1. 任意の集合 A, B と任意の全単射 $f: A \rightarrow B$ に対して， f の逆関数 $f^{-1}: B \rightarrow A$ も全単射であることを証明せよ． (ヒント： f^{-1} が全射であり，かつ，単射であることを証明すればよい．)