

14:40~16:10 . A4用紙 (両面自筆書き込み) のみ持ち込み可 .

携帯電話, タブレット等は電源を切ってカバンの中にしまうこと .

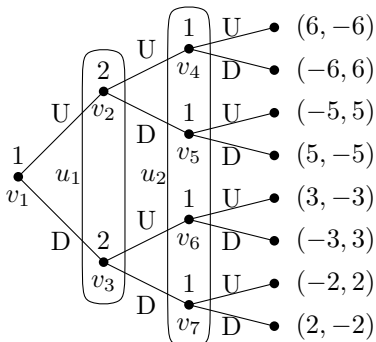
注意 : 解答がどのように導かれるのか, 必ず書き下すこと . 記法は講義に従う .

問題 1 . 次の行列  $A, B$  で定義される双行列ゲームを考える .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

この双行列ゲームの混合ナッシュ均衡をすべて挙げ, その均衡における両プレイヤーの期待利得を計算せよ .

問題 2 . 次の表現を持つ展開形ゲームを考える . ただし, プレイヤー集合は  $N = \{1, 2\}$  である .



次の混合戦略がこのゲームのナッシュ均衡であることを証明せよ .

• プレイヤー 1 は

$$\Pr \left[ \begin{array}{l} v_1 \text{ で U を選択し,} \\ u_2 \text{ で D を選択} \end{array} \right] = 5/16,$$

$$\Pr \left[ \begin{array}{l} v_1 \text{ で D を選択し,} \\ u_2 \text{ で U を選択} \end{array} \right] = 11/16.$$

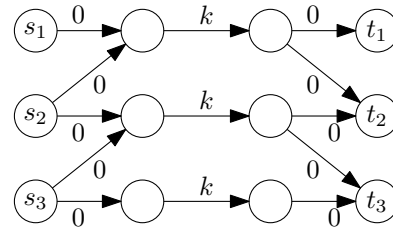
• プレイヤー 2 は

$$\Pr[u_1 \text{ で U を選択}] = 7/16,$$

$$\Pr[u_1 \text{ で D を選択}] = 9/16.$$

問題 3 . 任意の自然数  $n$  と任意の凸集合  $S, T \subseteq \mathbb{R}^n$  に対して,  $S \cap T$  も凸集合であることを証明せよ .

問題 4 . 次の図で表される経路選択ゲームを考える . ただし, プレイヤー数は 3 であり, 各プレイヤー  $i$  は  $s_i$  から  $t_i$  へ至る経路を選択する . 弧に書かれた移動時間  $k$  はその弧を利用するプレイヤー数を表す .



1. このゲームにおいて, 移動時間総和が 3 になるような各プレイヤーの純粋戦略を見つけよ .
2. このゲームにおけるナッシュ均衡で, 移動時間総和が 5 になるものを見つけよ .
3. このゲームの無秩序の代償が  $\frac{5}{3}$  以上であることを証明せよ .

問題 5 . 各行に 1 がちょうど 1 つ,  $-1$  がちょうど 1 つあり, その他の成分はすべて 0 であるような行列を考える . 例えば,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

はそのような行列である . このような任意の行列に対して, 各正方小行列の行列式が  $0, 1, -1$  のいずれかになることを証明せよ .

問題 6 . 次の行列  $A = (a_{ij})$  を係数行列とする割当問題から派生する割当ゲームを考える . 利得ベクトルがそのコアの要素であるための必要十分条件を与えよ .

$$A = \begin{pmatrix} 100 & 90 \\ 80 & 50 \end{pmatrix}.$$

以上

採点が終了したら, 授業のウェブページにて告知する . 採点結果を知りたい場合は, その後で, 岡本の居室 (西 4-206) まで問合せを . (メールや電話では答えられないので注意 .) 2 月 20 日以降になる予定 .