離散最適化基礎論 **2013 年 2 月 12 日**
期末試験 **岡本 吉央**

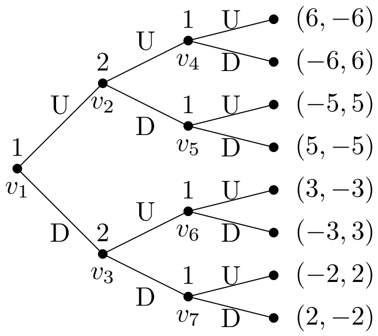
10:40〜12:10．A4 用紙 (両面自筆書き込み) のみ持ち込み可．
携帯電話，タブレット等は**電源を切って**カバンの中にしまうこと．
注意： 解答がどのように導かれるのか，必ず書き下すこと．記法は講義に従う．

問題 1． 次の行列 A, B で定義される双行列ゲームを考える．

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

この双行列ゲームの混合ナッシュ均衡をすべて挙げ，その均衡における両プレイヤーの期待利得を計算せよ．

問題 2． 次の表現を持つ展開形ゲームを考える．ただし，プレイヤー集合は $N = \{1, 2\}$ である．



このゲームのナッシュ均衡を 1 つ見つけよ．

問題 3． 任意の自然数 n, m と任意の凸集合 $S \subseteq \mathbb{R}^n, T \subseteq \mathbb{R}^m$ に対して，$S \times T$ も凸集合であることを証明せよ．

問題 4． プレイヤーの集合を $N = \{1, 2, 3\}$ として，次の特性関数 $v \colon 2^N \to \mathbb{R}$ を考える．

- $v(\emptyset) = 0$
- $v(\{1, 2\}) = 0$
- $v(\{1\}) = 0$
- $v(\{1, 3\}) = 10$
- $v(\{2\}) = 0$
- $v(\{2, 3\}) = 20$
- $v(\{3\}) = 0$
- $v(\{1, 2, 3\}) = 30$

特性関数形ゲーム (N, v) のコアを図示せよ．

問題 5． 次の行列 $A = (a_{ij})$ を係数行列とする割当問題から派生する割当ゲームを考える．利得ベクトルがそのコアの要素であるための必要十分条件を与えよ．

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 8 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

問題 6． 単一財封印入札オークションにおいて，次のような第三価格オークションを考える．(ただし，$n \geq 3$ とする) すなわち，申告額 $b_1, \ldots, b_n$ が与えられたとき，勝者は $b_i = b[1]$ を満たす買い手 B_i (最高申告額を持つ買い手) として，価格は $b[3]$ (三番目に高い申告額) とする．第三価格オークションが耐戦略性を満たさないことを，例によって証明せよ．すなわち，第三価格オークションにおいて評価額を申告額とすることが他の買い手の任意の戦略に対する最適反応にならないような例を構成せよ．

以上

採点が終了したら，授業のウェブページにて告知する．採点結果を知りたい場合は，その後で，岡本の居室 (西 4-206) まで問合せを．(メールや電話では答えられないので注意．) 2 月 20 日以降になる予定．