

注意： 解答がどのように導かれるのか，すなわち証明，を必ず書き下すこと．

復習問題 5.1 任意の集合 A, B, C に対して

$$A \subseteq B$$

ならば

$$C - B \subseteq C - A$$

が成り立つことを証明せよ．

復習問題 5.2 任意の集合 A に対して

$$\emptyset \subseteq A$$

が成り立つことを証明せよ．

復習問題 5.3 集合 A, B を $A = \{a, b\}$, $B = \{c, d, e\}$ と定義するとき，次の集合がそれぞれ何であるか，その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ．

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1. $A \times B$. | 2. $B \times A$. |
| 3. $A \times \emptyset$. | 4. $\emptyset \times B$. |

復習問題 5.4 集合 A を次のように定めるとき， 2^A はそれぞれ何になるか，その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ．

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| 1. $A = \{a, b, c\}$. | 2. $A = \{a\}$. |
| 3. $A = \emptyset$. | 4. $A = \{\emptyset\}$. |

復習問題 5.5 任意の集合 A, B, C に対して

$$(A \times C) \cup (B \times C) \subseteq (A \cup B) \times C$$

が成り立つことを証明せよ．

復習問題 5.6 任意の集合 A, B に対して

$$2^{A \cap B} \subseteq 2^A \cap 2^B$$

が成り立つことを証明せよ．

補足問題 5.7 任意の集合 A, B, C に対して

$$(A \cup B) \times C \subseteq (A \times C) \cup (B \times C)$$

が成り立つことを証明せよ．

補足問題 5.8 任意の集合 A, B に対して

$$2^A \cap 2^B \subseteq 2^{A \cap B}$$

が成り立つことを証明せよ．

追加問題 5.9 集合 A, B, C を $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$, $C = \{5, 6\}$ と定義するとき，次の集合がそれぞれ何であるか，その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ．

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1. $A \times B$. | 2. $B \times A$. |
| 3. A^2 . | 4. B^3 . |
| 5. $A \times B \times C$. | 6. $B \times C \times A$. |
| 7. $(A \times B) \times C$. | 8. $A \times (B \times C)$. |
| 9. 2^A . | 10. $2^{A \times B}$. |
| 11. $2^A \times 2^B$. | 12. $2^{(2^A)}$. |

追加問題 5.10 任意の集合 A に対して

$$A \subseteq A$$

が成り立つことを証明せよ．

追加問題 5.11 任意の集合 A, B, C に対して

$$A \subseteq B \text{ かつ } B \subseteq C$$

ならば

$$A \subseteq C$$

が成り立つことを証明せよ．

追加問題 5.12 任意の集合 A, B, C に対して

$$A = B \text{ かつ } B = C$$

ならば

$$A = C$$

が成り立つことを証明せよ．(ヒント：前問の結果を定理として用いてもよい．)

追加問題 5.13 任意の集合 A, B に対して

$$2^A \cup 2^B \subseteq 2^{A \cup B}$$

が成り立つことを証明せよ .

追加問題 5.14 集合 A, B に対して

$$A \subseteq B$$

であるための必要十分条件が

$$2^A \subseteq 2^B$$

であることを証明せよ .