

復習問題

1. 分枝限定法における次の用語の意味を説明せよ .

- 分枝操作 .
- 暫定解 .
- 限定操作 .
- 釘打ちテスト (変数固定テスト) .

2. 次のナップサック問題を分枝限定法で解け .

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && 11x_1 + 12x_2 + 7x_3 \\ & \text{subject to} && 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 10, \\ & && x_1, x_2, x_3 \in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

理解力増強問題

1. 01 整数計画問題に対する分枝限定法を記述してみよ .
2. 最大独立集合問題の 01 線形計画問題による定式化 (前回の演習参照) において , その線形計画緩和の最適値が元の問題の最適値に比べて任意に悪くなる可能性があることを示せ .
3. 分枝限定法では多くの似たような線形計画緩和問題を解く必要がある . 例えば ,

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \mathbf{c}^\top \mathbf{x} \\ & \text{subject to} && A\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \\ & && \mathbf{x} \in \{0, 1\}^n \end{aligned}$$

という問題の線形計画緩和は

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \mathbf{c}^\top \mathbf{x} \\ & \text{subject to} && A\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \\ & && \mathbf{x} \in [0, 1]^n \end{aligned}$$

であり , x_n を 0 と 1 に固定した問題はそれぞれ

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \bar{\mathbf{c}}^\top \bar{\mathbf{x}} \\ & \text{subject to} && \bar{A}\bar{\mathbf{x}} \leq \mathbf{b}, \\ & && \bar{\mathbf{x}} \in [0, 1]^n, \end{aligned}$$

および ,

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \bar{\mathbf{c}}^\top \bar{\mathbf{x}} + c_n \\ & \text{subject to} && \bar{A}\bar{\mathbf{x}} \leq \mathbf{b} - \mathbf{a}, \\ & && \bar{\mathbf{x}} \in [0, 1]^n, \end{aligned}$$

となる . ただし , \mathbf{a} は行列 A の最後のベクトルで , \bar{A} は A から最後のベクトルを除いたもの , また , $\bar{\mathbf{c}}, \bar{\mathbf{x}}$ はそれぞれ \mathbf{c}, \mathbf{x} から最後の成分を取り除いたものである . これら 2 つの子問題の線形計画緩和を , 「元問題の線形計画緩和を解いた」ことから得られる情報を用いてうまく解く方法を考案せよ .