

復習問題

1. 線形計画法に関して、次の用語の意味を説明せよ。
 - 基底行列、辞書。
 - 基底変数、非基底変数。
 - 実行可能基底、実行可能基底行列、実行可能辞書。
 - ピボット操作 (ピボット演算)。
2. 線形計画法に単体法における終了条件を述べよ。
3. 単体法が終了するとき、その時点での基底解が最適解となることを証明せよ。
4. 次の線形計画問題を単体法によって解け。

(a)

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && 5x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 8x_4 \\ & \text{subject to} && x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 5, \\ & && x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 3, \\ & && x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && 3x_1 + 2x_2 \\ & \text{subject to} && -2x_1 + x_2 \leq 1, \\ & && x_1 - x_2 \leq 2, \\ & && x_1 + x_2 \leq 3, \\ & && x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

理解力増強問題

1. 単体法のピボット操作によって目的関数値が改善されないことはどのような場合に起きるか，説明せよ．
2. 与えられた線形計画問題が非有界であるとき，単体法では何が起こるだろうか？ 単体法を用いて，与えられた線形計画問題が非有界であるかどうか判定することはできるだろうか？
3. 単体法が終了しないことはどのような場合に起きるか，説明せよ．
4. 次の線形計画問題を考える．

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && x_1 + 3x_2 \\ & \text{subject to} && x_1 + x_2 \leq 8, \\ & && x_1 - x_2 \leq 6, \\ & && x_2 \leq 7, \\ & && x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- (a) 単体法を用いてこの線形計画問題を解け．
- (b) この線形計画問題の実行可能領域（これは凸多面体である）のグラフを考える．（第2回の演習を参照．）この線形計画問題の各実行可能基底解を与える辞書を考へて，単体法（ピボット操作）の動きをそのグラフの上で説明せよ．
- (c) この線形計画問題の実行可能領域の法扇を考えたとき，単体法（ピボット操作）によって新たに基底変数となる変数と新たに非基底変数となる変数の選択がどのような原理に基づいているか，幾何的に説明せよ．